ضرب وقسمة أعداد عشرية

المحتويات

مدخل إلى فصل "ضرب وقسمة أعداد عشرية"

يتضمّن فصل "ضرب وقسمة أعداد عشرية" خمس وحدات:

أ. ضرب الأعداد العشرية في 10، في 100 وفي 1,000

ب. قسمة الأعداد العشرية على 10 وعلى 100

ج. ضرب الأعداد العشرية

د. قسمة الأعداد العشرية

هـ. العدد العشري الدوري

بحسب منهج التعليم يجب تخصيص 15 حصّة لهذه الموضوعات.
هذا الفصل هو آخر فصل يتناول تعليم العمليات الحسابية في الأعداد العشرية.

مقدمة

أوّل وحدتين في هذا الفصل تتناولان ضرب الأعداد العشرية في 10، في 100 وفي 1,000 وقسمة الأعداد العشرية على 10 وعلى 100. التطبيق الذي اخترناه من أجل التعليم هو تبديل وحدات قياس.
لمعرفة تبديل وحدات القياس يجب أن نكون متمكّنين من مجالَين: فهم العلاقة الضربية بين وحدتَي القياس والقدرة على تنفيذ عمليتَي الضرب والقسمة في المجالات العددية الملائمة.
الأهداف التي تجد تمثيلًا لها في هاتين الوحدتين هي:
- أن يعرف التلاميذ ضرب أعداد عشرية في 10 وفي 100.
- أن يتوسّع التلاميذ ويتعمّقوا في فهم المبنى العشري.
- أن يطبّق التلاميذ معرفتهم هذه في التنقّلات بين وحدات القياس المختلفة.
- أن يقوّي التلاميذ قدرتهم على حلّ تمارين غيبًا بواسطة قانون التوزيع وقانون التجميع.

جدوال ملاءمة في الأعداد الصحيحة

تُستهَل الوحدة بالعلاقات الضربية بين الأعداد الصحيحة، من خلال التعرّف على قِيَم العُملات المستخدَمة في الولايات المتّحدة الأمريكية. اخترنا هذا النموذج بالذات، لأنه غير معروف للتلاميذ.
على التلاميذ أن يستنتجوا العلاقات بين العُملات المختلفة بواسطة فحص العلاقات الحسابية التي بينها، وليس بشكل تلقائي كما هو الحال في الوحدات المعروفة. هناك ميزة أخرى لاستخدام العُملات الأمريكية هي أنّ العلاقات العددية بين قِيَم العُملات متنوّعة وليست فقط من قوى 10. مثلًا:
1 دولار = 4 كوارترات، 1 نيكِل = 5 سنتات.
نقوم بتبديل وحدات القياس بين العُملات بواسطة **جدوال ملاءمة**. جدول الملاءمة هو جدول مكوّن من عمودَين بينهما علاقة ضربية (أي وجود نسبة ثابتة بين كل عددين في كل سطر). يستعين التلاميذ بجداول الملاءمة لكي يكتشفوا قواعد الملاءمة، ولكي يجدوا ملاءمات أخرى.

الضرب في 10

نعلّم الضرب في 10 على مراحل.
المرحلة الأولى: نعلّم الضرب في أعداد عشرية أحد أرقامها فقط لا يساوي 0. مثلًا: 0.2، 0.05.
نعتمد على معرفة التلاميذ السابقة في كتابة الأعداد العشرية والكسور البسيطة، وفي ضرب الكسور البسيطة:

$0.08 \times 10 = \frac{8}{100} \times 10 = \frac{80}{100} = 0.8$.

المرحلة الثانية: نضرب بواسطة قانون التوزيع – في البداية نوزّع العدد بحسب مبناه العشري، وبعد ذلك نضرب كل مضاف في 10.

مثال لحلّ تمرين ضرب: $1.25 \times 10 = \_\_\_\_\_$

- **نوزّع** العدد 1.25 بحسب **المبنى العشري**: $1.25 = 1 + 0.2 + 0.05$

  1 0.2 0.05

- نضرب كل مضاف في 10:

$$1.25 \times 10 = (1 + 0.2 + 0.05) \times 10 = 1 \times 10 + 0.2 \times 10 + 0.05 \times 10 = 10 + 2 + 0.5 = 12.5$$

التعميم:
نحن معنيون بأن يستخدم التلاميذ قاعدة الضرب في 10، التي بحسبها "يحرّكون" النقطة العشرية منزلة واحدة إلى اليمين.
للتوصّل إلى هذا التعميم وفهم التغييرات التي تطرأ على قِيَم الأرقام في العدد عند ضربه في 10، يستخدم التلاميذ جدولًا عشريًا من سطرين لعددين: السطر الأول هو للعدد الذي يُضرَب في 10 والسطر الثاني للعدد الناتج عن الضرب في 10.
في البداية، ينفّذ التلاميذ الضرب بالطريقة التي عُلّمت، ويسجّلون العددين في الجدول. بعد بضعة تمارين كهذه، سيكون باستطاعة التلاميذ أن يتوصّلوا إلى التعميم:
عند ضرب عدد في 10، فإن قيمة كل رقم فيه تكبر 10 مرّات، ولذلك يبدو العدد كأنه تحرّك في الجدول منزلة واحدة إلى اليسار، ومعه "تحرّكت" النقطة العشرية.

مثال: $306.5 \times 10 = 3,065$

	آلاف	مئات	عشرات	آحاد	أعشار	أجزاء من مئة
306.5		3	0	6	5	
306.5 × 10 =	3	0	6	5		

مهم فحص كل رقم على حدة، وفهم لماذا "تحرّك" منزلة واحدة إلى اليسار.
مثال للشرح: قيمة الرقم **3** هي 300. عندما نضرب 300 في 10، فإن قيمة **3** في النتيجة تكون 3,000. لذلك نسجّل الرقم **3** في منزلة الآلاف.
قيمة الرقم **5** هي 0.5 أو $\frac{5}{10}$. نتيجة ضربه في 10 هي **5**. لذلك نسجّل **5** في منزلة الآحاد.
نستمرّ بنفس الطريقة.

الضرب في 100

الضرب في 100 يُعلَّم على أنه ضرب متكرّر في 10، ولذلك، إذا "تحرّكت" النقطة العشرية مرّة إلى اليمين عند ضرب العدد في 10، فإن الضرب في 100 "سيُحرّك" النقطة منزلتين إلى اليمين. عندما نضرب العدد في 10 ومرّة أخرى في 10 بدلًا من ضربه في 100، فإننا عمليًا نستخدم قانون التجميع.
يجب تشجيع التلاميذ على حلّ التمارين غيبًا، ولهذا الغرض عليهم أن يكونوا متمكّنين من قانون التجميع ومن قانون التوزيع أيضًا، إلا أنهم غير ملزمين بصياغتهما بشكل رسمي.

قانون التجميع في الضرب: $a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$.
يُستخدَم هذا القانون في الضرب في 100 هكذا: $a \times 100 = a \times (10 \times 10) = (a \times 10) \times 10$.
الجميل في استخدام القانون في هذه الحالة أننا لسنا مضطرين لتعلّم موضوعة جديدة في كل مرة نحتاج فيها إلى الضرب بعدد آخر، وإنما يكفي أن نعتمد على معلومات سابقة، وهي في هذه الحالة كيفية الضرب في 10.

مثال: $2.34 \times 100 = 2.34 \times (10 \times 10) = \underbrace{(2.34 \times 10)} \times 10 = 23.4 \times 10 = 234$

الضرب في 10
عُلّم من قبل

هذه مناسبة للتذكير بكيفية الضرب غيبًا في أعداد أخرى يسهل معها استخدام قانون التجميع،
مثلًا: الضرب في 4: $150 \times 4 = 150 \times (2 \times 2) = (150 \times 2) \times 2 = 300 \times 2 = 600$

وعلى هذا النحو الضرب في 6: $150 \times 6 = 150 \times (2 \times 3) = (150 \times 2) \times 3 = 300 \times 3 = 900$

ملاحظات عن فعاليات في كتاب التعليم – الوحدة أ

الصفحة 76: جداول ملاءمة في الأعداد العشرية

جدول الملاءمة هو جدول مكوَّن من عمودين بينهما علاقة ضربية (أي وجود نسبة ثابتة بين كل عددين في كل سطر).
يستعين التلاميذ بجداول الملاءمة لكي يكتشفوا قاعدة الملاءمة، ويجدوا ملاءمات أخرى.

الفعالية 1

يوصى بإعطاء الفعالية 1 كفعالية بحث في مجموعات، وذلك بعد شرح قصير عن أنواع العُملات المستخدَمة في الولايات المتّحدة الأمريكية. بعد العمل في مجموعات، يجب إجراء نقاش تعرض فيه كل مجموعة المعطيات التي وجدتها، وتشرح بأي الطرق وجدتها.

نقاش

- بأيّ جدول (في الفعالية 1) اخترتم أن تبدأوا؟ لماذا؟
- كيف وجدتم المعطيات الناقصة؟
- هل اكتشفتم علاقات أيًا كانت في كل جدول؟ ما هي؟
- كم عملة من النيكل هي دولار واحد؟ كيف حسبتم ذلك؟ هل يمكن الاستعانة بجدول لهذا الغرض؟
- كم عملة من الكوارتر هي دولار واحد؟ كيف حسبتم ذلك؟ هل يمكن الاستعانة بجدول لهذا الغرض؟
- لأيّ عملة قيمة أكبر، للدايم أم للنيكل؟ اشرحوا.

أضفنا هنا العلاقات الضربية القائمة في الجداول المعطاة في الفعالية:

× 10

دايم	دولار
2,300	230
	6
	100

× 4

كوارتر	دولار
96	24
8	
	88

× 20

نيكل	دولار
280	14
200	
	200

يمكن بسهولة تشخيص العلاقة الضربية بين العمودين في كل جدول من هذه الجداول، وبعد أن يشخّص التلاميذ هذه العلاقة، يصبح بإمكانهم إكمال المعطيات الناقصة في كل جدول.

مقابل ذلك، الأسئلة المطروحة في تتمة البند أكثر تركيبًا، ويمكن الإجابة عنها بإضافة سطر إلى كل واحد من الجداول، والاستعانة بالعلاقة الضربية بين الأسطر لإيجاد قيمة الدولار الواحد.
مثلًا:

× 20

نيكل	دولار
280	14
200	**10**
	200
	1

: 10   : 10

بعد أن يجد التلاميذ أن 200 نيكل هي 10 دولارات، يمكنهم إيجاد كم عملة من النيكل هي دولار واحد، وذلك بأن يقسموا هذا السطر من الجدول على 10.
من هنا: الدولار الواحد هو 20 نيكلًا.

دايم	دولار
2,300	230
	6
	100
	1

$\times 10$ ، :100

بعد أن يجد التلاميذ كيف يمكنهم التوصّل من 100 دولار إلى دولار واحد بواسطة الجدول، يمكنهم الاستعانة بالعلاقة الضربية التي بين العمودين لكي يجدوا كم عملة من الدايم يساوي دولارًا واحدًا: $1 \times 10 = 10$ ، أي دولار واحد يساوي 10 دايم.

طريقة أخرى: إذا وجد التلاميذ أن 100 دولار هي 1,000 دايم، يمكن أن يقسموا على 100: $1,000 : 100 = 10$ ومن هنا: دولار واحد يساوي 10 دايم.

كوارتر	دولار
96	24
8	**2**
	88
	1

$\times 4$ ، : 2

بنفس الطريقة يمكن إيجاد كم عملة من الكوارتر هي دولار واحد:

أصبح معلومًا أن 2 دولار هي 8 كوارتر، لذلك نقسم على 2: $8 : 2 = 4$.

من هنا: دولار واحد يساوي 4 كوارتر.

الفعالية 3 (الصفحة 76)

في هذه الفعالية نجد النسبة بين العُملات بواسطة الفعالية السابقة.

هذه الفعالية مركّبة، ولذلك **لا يوصى بها للتلاميذ المستصعبين**.

نيكل	سنت
5	$\boxed{25}$
	5
50	
	50

في الفعالية 1 وجد التلاميذ أن دولارًا واحدًا يساوي 20 نيكل. من هنا، بإمكانهم أن يستنتجوا أن رُبع الدولار الواحد يساوي 5 نيكل.

معلوم أن الدولار الواحد يساوي 100 سنت، ولذلك رُبع دولار يساوي 25 سنت.

من هنا: 5 نيكل = 25 سنت.

نيكل	كوارتر
$\boxed{5}$	1
	4
10	
	20

في الجدول أعلاه، وجد التلاميذ **أن 5 نيكل تساوي 25 سنت**، ومن الفعالية 1 وجد التلاميذ أن **كوارتر واحد يساوي 25 سنت**.

من هنا: 5 نيكل = 1 كوارتر.

نيكل	دايم
$\boxed{2}$	1
	9
100	
250	

في الفعالية 1 وجد التلاميذ أن 10 دايم تساوي الدولار الواحد، أي أن الدايم الواحد هو عُشر دولار، ولذلك فهو يساوي 10 سنت. بينما 20 نيكل تساوي دولارًا واحدًا، أي أن النيكل الواحد هو $\frac{1}{20}$ من الدولار، ولذلك فهو يساوي 5 سنت. من هنا: عُملتان من النيكل قيمتهما تساوي قيمة دايم واحد.

الصفحتان 77–78: قياسات طولية

في هاتين الصفحتين توجد مراجعة لوحدات القياس الطولية. كتحضير لهذه الموضوعة، يوصى بالطلب من التلاميذ أن يعرضوا في الصف قطعًا بهذه الأطوال: قطعة طولها سنتيمتر واحد، قطعة طولها ديسيمتر واحد وقطعة طولها متر واحد.

الصفحة 77

في فعاليات هذه الصفحة لا يكفي تبديل وحدات القياس، وإنما يجب أن نحسّ مقدار الأعداد. مهم إجراء نقاشات في الصف في هذه الموضوعة. يوصى بالتزوّد بشريط قياس لتجسيد طول المتر، الديسيمتر وغيرهما، وأن نقيس في الصف أطوالاً مختلفة ونسجّلها. صحيح أنه سبق للتلاميذ أن تعلّموا هذه الموضوعة، لكن من المهم مراجعتها، خاصةً لأنهم سيتناولون في تتمة الفصل وحدات مختلفة بالأعداد العشرية.
لتبديل وحدة قياس معيّنة بوحدة أخرى، من الأسهل تسجيل الأعداد في جدول ملاءمة.

الصفحة 78

كل الفعاليات في هذه الصفحة تستدعي إجراء تبديلات لوحدات طولية مختلفة. يمكن إجراء نقاش إلى أي وحدة يفضّل إجراء التبديل في كل حالة، ولماذا.

الفعالية 8

لكي نعرف إذا كان من الممكن أن يكون سُمك الكتاب 50 ملم، يفضّل تبديل المليمترات بالسنتيمترات.
لكي نعرف إذا كان من الممكن أن يكون طول شخص هو 1,750 ملم يفضّل تبديل المليمترات بالسنتيمترات – هكذا يحصل التلاميذ على عدد صحيح. إذا بدّلوا 1,750 ملم بالديسيمترات أو بالأمتار، لا يحصلون على قياس بعدد صحيح. في هذه المرحلة من التعليم قد لا يستطيع كل التلاميذ تنفيذ هذا التبديل. في تتمة الفصل سيتعلّمون كيف يفعلون ذلك.
في المقابل إذا أردنا أن نعرف إذا كان من الممكن أن نسير مسافة 2,000,000 ملم خلال ساعة، يفضّل تبديل المليمترات بالكيلومترات. باستطاعة التلاميذ الاستعانة بتبديلات الوحدات الطولية المختلفة في الفعالية 6 في الصفحة 77.

الفعاليتان 9–10

في هاتين الفعاليتين، بالإضافة إلى تناول وحدات القياس الطولية والقيام بتبديل وحدات القياس المختلفة، توجد مراجعة لحساب محيطات ومساحات المضلّعات.

الصفحة 79: تمهيدًا للجداول العشرية

في هذه الصفحة يوجد تذكير يمهّد لضرب الأعداد العشرية. الموضوعات التي نقوم بمراجعتها هنا:
- المبنى العشري للعدد
- كتابة أعداد عشرية في جدول عشري
- قيمة الرقم في العدد
- تفكيك العدد بحسب مبناه العشري
- كثافة الأعداد العشرية.

فعالية تمهيدية للصفحة 79: بناء أعداد عشرية

يحصل التلاميذ على جدول عشري مثل المعروض في الصفحة 79، ويبنون بواسطة أعدادًا بحسب توجيهات المعلم. بالتناوب، يمكن رسم مثل هذا الجدول على اللوح، واستدعاء تلاميذ ليكتبوا فيه أعدادًا بحسب توجيهات المعلم.

مثلًا:
- ابنوا عددًا عشريًا أصغر من 1 / أكبر من 1.
- ابنوا عددًا عشريًا أكبر من 10 وأصغر من 100. كم عشرة يوجد في العدد؟ كم من الآحاد يوجد في العدد بالإضافة إلى العشرات؟ كم عُشرًا يوجد في العدد بالإضافة إلى العشرات والآحاد؟ ما هو العدد المخلوط الملائم للعدد الذي بنيتموه؟ اكتبوا العدد بالكلمات.
- ابنوا عددًا عشريًا أكبر من .... وأصغر من .... بحيث يكون رقم أعشاره 9. ما هو العدد؟ ما هو التفكيك العشري للعدد؟
- ابنوا عددًا عشريًا أكبر من .... وأصغر من .... بحيث يكون فيه رقم الأجزاء من مئة هو 9. ما هو العدد؟ ما هو التفكيك العشري للعدد؟
- ابنوا عددًا عشريًا أكبر من 70.5 وأصغر من 70.6. هل وجدتم إمكانيات مختلفة؟ ما هي؟ ما هو العدد الذي اخترتموه؟ ما هو تفكيكه العشري؟
- ابنوا عددًا عشريًا أكبر من $25\frac{1}{2}$ وأصغر من $25\frac{3}{4}$. ما هو العدد؟ ما هو تفكيكه العشري؟
- اكتبوا ما هو العدد الملائم للتفكيك العشري الآتي:

أ| $90 + 0.4 + 0.02 + 0.005$

ب| $2,000 + 40 + 1 + 0.03$

الصفحتان 80–81: الضرب في 10

قبل أن نعلّم التلاميذ كيف يضربون أعدادًا عشرية في 10، يوصى بتمكينهم من البداية أن يبحثوا بأنفسهم عن طرق للضرب. قد يجد التلاميذ طرقًا أخرى غير تلك التي نعرضها هنا. يُستحسن أن نطلب منهم شرح طرقهم لباقي التلاميذ ومناقشتها.

فعالية تمهيدية للصفحتين 80–81

نعرض على التلاميذ تمارين ضرب أحد العاملَين فيها هو 10، وفي العامل الآخر أحد الأرقام فقط لا يساوي 0. مثلًا:

$0.2 \times 10 =$

$10 \times 0.007 =$

$40 \times 10 =$

$0.06 \times 10 =$

$10 \times 600 =$

نطلب من التلاميذ أن يحلّوا هذه التمارين دون أي شرح منا. بعد أن يحلّوا، نجري نقاشًا يعرض فيه التلاميذ حلولهم ويشرحون كيف توصّلوا إلى كل حلّ.
هناك مجال لإجراء نقاش، خاصةً إذا استخدم التلاميذ في الشرح التعبير "إضافة صفر" كطريقة لحلّ تمرين ضرب في 10. إذا أشار التلاميذ إلى هذه الطريقة، يجب أن نعرض عليهم تمارين كتلك المعروضة أعلاه، التي لا يوجد في حلّها "إضافة صفر"، مثل $0.2 \times 10 =$. في مرحلة متقدّمة، عندما يتوصّلون إلى التعميم الخاص بضرب الأعداد العشرية في 10، يصبح بالإمكان من جديد مواجهتهم بخطأ هذه الطريقة.

كما أشرنا في مدخل الوحدة أ في هذا المرشد، يُعرض ضرب الأعداد العشرية على التلاميذ على مراحل. في هاتين الصفحتين يحلّ التلاميذ تمارين ضرب أعداد عشرية في 10 بتبديل العدد العشري بكسر بسيط.
مثال:

$$0.2 \times 10 = \frac{2}{10} \times 10 = \frac{20}{10} = 2$$

بعد ذلك، يكتبون العدد العشري الذي ضربوه في 10 والنتيجة في الجدول العشري:
مثال:

أجزاء من ألف	أجزاء من مئة	أعشار	آحاد	عشرات	
		2	0		0.2
			2		$0.2 \times 10 =$

الصفحات 82–84: الضرب في 10 بواسطة قانون التوزيع

يتعلّم التلاميذ هنا ضرب عدد عشري في 10 بواسطة قانون التوزيع: في البداية يوزّعون العدد العشري بحسب المبنى العشري، وبعد ذلك يضربون كل مضاف في 10.

فعالية تمهيدية للصفحة 82

نعرض على التلاميذ مسائل مختلفة كهذه:
– تحتوي قنينة عصير على 1.5 لتر. كم لترًا من العصير يوجد في 10 قنانٍ؟
– ما هو وزن 10 رِزَم من التوت، إذا عُلم أن وزن كل رزمة هو 1.25 كغم؟
– كم ميليمترًا هي 4.3 سم؟
نطلب من التلاميذ أن يشرحوا كيف حلّوا المسائل.

نعرض على التلاميذ الطريقة التي نضرب بها عددًا عشريًا في 10 بواسطة قانون التوزيع، كما هي معروضة في الصفحة 82:

يمكن الاستعانة بالتوزيع لضرب عدد عشري في 10.
مثال:

$$\frac{8}{100} \times 10$$

$$6.08 \times 10 = 6 \times 10 + 0.08 \times 10 = 60 + 0.8 = 60.8$$

$6 + 0.08$ (بحسب التفكيك العشري)

التلاميذ المستصعبون يوصى بأن يعملوا على مراحل. في البداية يفكّكون العدد بحسب تفكيكه العشري، وبعد ذلك يضربون بواسطة قانون التوزيع. مثلاً:

أ. التمرين: $2.41 \times 10 =$

وزّعوا العدد 2.41 بحسب المبنى العشري: $2.41 = 2 + \_\_\_\_ + 0.01$

أكملوا تمرين الضرب وحلّوا.

$2.41 \times 10 = (2 + \_\_\_\_ + 0.01) \times 10 = 2 \times 10 + \_\_\_\_ \times 10 + 0.01 \times 10 =$

ب. التمرين: $73.9 \times 10 =$

وزّعوا العدد 73.9 بحسب المبنى العشري: $73.9 = \_\_\_\_ + \_\_\_\_ + 0.9$

أكملوا تمرين الضرب وحلّوا.

$73.9 \times 10 = (\_\_\_\_ + \_\_\_\_ + 0.9) \times 10 = \_\_\_\_ \times 10 + \_\_\_\_ \times 10 + 0.9 \times 10 =$

الصفحة 83

في كل بند **في الفعالية 5**، يضرب التلاميذ عددًا عشريًا في 10 بواسطة قانون التوزيع. ثم يسجّلون العدد العشري الذي ضربوه والنتيجة، في جدول عشري.

في نهاية الفعالية يوصى بإجراء **نقاش** بحسب ما هو مقترَح في أسفل الصفحة 83. يتركّز النقاش في تمرين **البند ج** في الفعالية 5.

اج $23.71 \times 10 =$

	أجزاء من مئة	أعشار	آحاد	عشرات	مئات	آلاف
23.71						
$23.71 \times 10 =$						

– قيمة الرقم 2 في العدد 23.71 هي 20.
  ما هي قيمة الرقم 2 في نتيجة التمرين 23.71×10 ؟
– ما هي قيمة الرقم 7 في العدد 23.71؟
  ما هي قيمة الرقم 7 في نتيجة التمرين 23.71×10 ؟
– كيف تغيّرت قيمة الرقم 7 في النتيجة؟
– كيف تغيّرت قيمة الرقم 1 في نتيجة التمرين 23.71×10 قياسًا بقيمة الرقم 1 في العدد 23.71؟
– ما هي العلاقة بين عدد نضربه في 10 والنتيجة؟

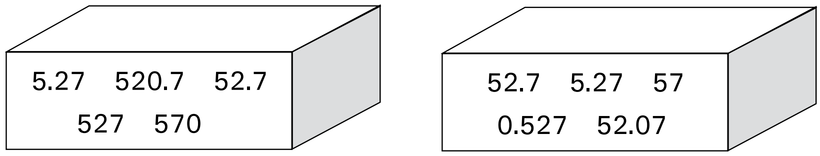
مثل هذا النقاش يؤدّي إلى التعميم (في بداية الصفحة 84):

> عندما نضرب عددًا **في 10**، تكبُر قيمة كل رقم فيه 10 مرّات،
> وهذا يبدو كأننا أزحنا النقطة العشريّة منزلة واحدة إلى اليمين.
>
> مثالان:
>
> $103.6 \times 10 = 1{,}036$
> $(103.6 \Rightarrow 1{,}036. \Rightarrow 1{,}036)$
>
> $48.53 \times 10 = 485.3$
> $(48.53 \Rightarrow 485.3)$

من الآن فصاعدًا باستطاعة التلاميذ أن يحلّوا تمارين الضرب في 10 بحسب التعميم الذي توصّلوا إليه أو بواسطة طرق سابقة تعلّموها، بحسب ما يرونه سهلاً.

اقتراح لفعالية إضافية

جدوا لكل عدد موجود في الصندوق الأيمن العدد الذي يكبره 10 مرّات في الصندوق الأيسر.



باستطاعة التلاميذ في هذه الفعالية أن يستخدموا أيضًا تقدير النتيجة، وليس فقط القيام بحساب نتيجة التمرين.

الصفحة 84

الفعاليتان 7–8

في هاتين الفعاليتين يبحث التلاميذ صفات الضرب والجمع في الأعداد العشرية. يمكن التمهيد لذلك بفعالية بالأعداد الطبيعية:

أكملوا في كل تمرين إشارة العملية (+ أو ×) بحيث تحصلون على أكبر نتيجة ممكنة:

= 10 420   = 10 1   = 10 12

باستثناء الحالة التي فيها أحد العددين هو 1، نحصل دائمًا بواسطة إكمال عملية الضرب على أكبر نتيجة ممكنة.

الفعالية 9

تبديل وحدات القياس الطولية – أمتار بديسيمترات، وسنتيمترات بميليمترات – يتطلب من التلاميذ تنفيذ تمارين في ضرب أعداد عشرية في 10. يسهل العمل باستخدام الجدول، لأنه يعرض العلاقة الضربية الثابتة بين وحدتَي القياس المعروضتين هنا.

الصفحات 85–88: الضرب في 100

فعالية تمهيدية للصفحتين 85–86

نعرض على التلاميذ تمارين ضرب في 100، ونطلب منهم أن يقترحوا طرقًا لحلّها.

أمثلة لتمارين:

$0.1 \times 100 =$

$100 \times 0.07 =$

$2.3 \times 100 =$

بعد أن ينتهي التلاميذ من حلّ هذه التمارين، نطلب منهم أن يشرحوا بأيّ طرق حلّوا. بعد أن تعلّم التلاميذ كيف يضربون أعدادًا عشرية في 10، باستطاعتهم استخدام معرفتهم هذه لكي يضربوا في 100. نعرض عليهم العلاقة بين الضرب في 100 والضرب في 10.

الضرب في 100 بالنسبة لي ليس جديدًا: يمكن أن نضرب في 10، ثم نضرب مرّة أخرى في 10، أي نضرب في 10 مرّتين.

مثال:

التمرين $57.8 \times 100 =$ يمكن حلّه بواسطة **تمرينين**:

التمرين الأوّل: $57.8 \times 10 = 578$

التمرين الثاني: $578 \times 10 = 5,780$ وهذا هو الحلّ!

يمكن أيضًا أن نحلّ **بحسب تمرين سلسلة واحد:**

$$57.8 \times 100 = 57.8 \times (10 \times 10) = (\underbrace{57.8 \times 10}_{578}) \times 10 = 5,780$$

في تمرين السلسلة المعروض في الحلّ نعتمد على قانون التجميع، بحسب ما أشرنا إليه أيضًا في المقدمة لهذه الوحدة في هذا المرشد.

الصفحة 86

في كل بند **في الفعالية 6** – يسجّل التلاميذ العدد العشري الذي ضربوه في 100 والنتيجة في الجدول العشري. في نهاية الفعالية 6 يوصى بإجراء **نقاش**.

في الجدول العشري يُعرض العدد ونتيجة الضرب في 100:

	أجزاء من مئة	أعشار	آحاد	عشرات	مئات	آلاف	عشرات آلاف
403.98							
403.98 × 100 =							

نقاش:

- قيمة الرقم 4 في العدد 403.98 هي 400. ما هي قيمة الرقم 4 في نتيجة التمرين 403.98 × 100 = 40,398 ؟
- ما هي قيمة الرقم 9 في العدد 403.98؟ ما هي قيمة الرقم 9 في نتيجة التمرين؟
- ما هي قيمة الرقم 8 في العدد 403.98؟ ما هي قيمة الرقم 8 في نتيجة التمرين؟
- كيف تغيّرت قيمة كل رقم في نتيجة التمرين 403.98×100 مقارنة بقيمته في العدد 403.98؟

هذا النقاش يؤدّي إلى التعميم:

> عندما نضرب عددًا **في 100**، تكبُر قيمة كل رقم 100 مرّة،
> وهذا يبدو كأننا أزحنا النقطة العشريّة منزلتين إلى اليمين.

الصفحة 89: الضرب في 1,000

ضرب عدد عشري في 1,000 يُعرض هنا على أنه ضرب 10 × 100 . هذه الموضوعة تستدعي إجراء تبديلات في وحدات الوزن: أطنان بكيلوغرامات وكيلوغرامات بغرامات. على الرغم من عدم وجود جداول ملاءمة في هذه الصفحة، يوصى باستخدامها عند إجراء التبديلات، لأنها تعرض العلاقة الثابتة بين هذه الوحدات.

× 1,000

غرام	كيلوغرام

× 1,000

كيلوغرام	طن

الفعالية 4

هذه فعالية مهمّة، لأنها تُعطي إحساسًا بالأوزان الملائمة. مثلًا، في البند ب – الحصان – إذا أكمل التلاميذ الوزن هكذا: 0.63 كغم ، عليهم أن يفهموا أن ما سجّلوه هنا هو وزن أصغر من كيلوغرام واحد، وهذا ما لا يمكن أن يلائم وزن حصان.
وإذا أكمل التلاميذ وزن الشاحنة هكذا: 43.6 كغم بدلًا من 43.6 طن ، عليهم أن يحسّوا أن ما سجّلوه هو وزن أصغر بكثير من وزن الشاحنة.

مقدمة

القسمة على 10

نعلّم موضوعة القسمة على 10 على مرحلتين.
المرحلة الأولى: نعلّم القسمة على أعداد عشرية واحد فقط من أرقامها لا يساوي 0. ثم نقسم بواسطة كتابة العدد ككسر بسيط (قسمة صحيح على صحيح)، ونكتب النتيجة كعدد عشري.

مثال: $3 : 10 = \frac{3}{10} = 0.3$

المرحلة الثانية: نقسم بواسطة قانون التوزيع. في البداية نوزّع العدد بحسب المبنى العشري، وبعد ذلك نقسم كل مضاف على 10. مثلًا:

$31.2 : 10 = (30 + 1 + 0.2) : 10 = 30 : 10 + 1 : 10 + 0.2 : 10 = 3 + 0.1 + 0.02 = 3.12$

يستخدم التلاميذ هنا ما تعلّموه في المرحلة السابقة، مثلًا: حلّ التمرين $0.2 : 10 = 0.02$.

القسمة على 100

تعليم هذه الموضوعة يوازي تعليم الضرب في 100. "نحلّل" عملية القسمة على 100 لتمرينين: قسمة على 10، ومرّة أخرى قسمة على 10. فإذا كانت نتيجة القسمة على 10 "تحرّك" النقطة العشرية منزلة واحدة إلى اليسار، فإن القسمة على 100 "تحرّك" النقطة منزلتين إلى اليسار.
مهم أن يتيقّن التلاميذ من عدم وجود أي فرق بين تقسيم المئات الكاملة على 100، والقسمة على 100 لأيٍ عدد رقم عشراته ورقم آحاده لا يساويان صفرًا.
مثلًا، في هذا التمرين: $2,300 : 100 = 23$ يمكن أن نتخيّل وجود نقطة عشرية بعد رقم الآحاد (.2300)، وعندما "نحرّك" النقطة العشرية، نحصل في الواقع على هذا العدد: 23.00، وهو العدد 23.

تقدير النتائج

تقدير النتائج هو موضوعة هامة. يزوّد التقدير التلاميذ مردودية ذاتية. بحسب قدرة التلاميذ على تنفيذ التقدير، يمكن أن نعرف إذا فهموا المبنى العشري.

توصيات لفعالية صفّية (للوحدات أ–ب في الفصل)

1. نسجّل على اللوح تمرينًا، ونسجّل أيضًا نتيجته، ولكن بدون النقطة العشرية. على التلاميذ أن يعيّنوا مكان النقطة، وإضافة أصفار إذا دعت الحاجة. بالتقدير، يتوصّل التلاميذ إلى النتيجة الملائمة.
مثلًا:

$145.7 \times 100 = 1457$	$145.7 \times 10 = 1457$
$14.57 \times 10 = 1457$	$145.7 : 100 = 1457$
$14.57 : 10 = 1457$	$145.7 - 100 = 457$

2. نسجّل على اللوح بضعة تمارين، ونسجّل أيضًا نتائجها، ولكن ليس بحسب الترتيب. على التلاميذ أن يلائموا لكل تمرين نتيجته، ويعلّلوا. مهم أن نسجّل أيضًا تمارين جمع وكذلك تمارين طرح، وليس فقط تمارين كتلك التي تُعلّم في الصف، وذلك لكي لا تتحوّل الفعالية إلى فعالية نمطية يمكن حلّها تلقائيًا.
مثلًا:

$21.1 + 100 =$	$21.1 - 10 =$
$21.1 : 10 =$	$21.1 \times 10 =$
$21.1 \times 100 =$	$21.1 - 0.1 =$
	$211 : 10 =$

النتائج (ليست بحسب الترتيب): 2.11 , 11.1 , 211 , 21.1 , 2,110 , 121.1 , 21

3. نسجّل على اللوح تمرينًا ينقصه أحد العددين، وتنقصه العملية الحسابية، ونسجّل أيضًا نتيجة هذا التمرين. على التلاميذ أن يكملوا الناقص.
مثلًا:

13.567 ...... ____ = 113.567
13.567 ...... ____ = 135.67
13.567 ...... ____ = 3.567
13.567 ...... ____ = 1356.7
13.567 ...... ____ = 1.3567

تبديل وحدات قياس: تطبيقات في الضرب والقسمة في وعلى 10 وفي وعلى 100
لتبديل وحدة قياس بأخرى، من السهل في البداية تسجيل العددين في جدول ملاءمة.
في الأعداد الصغيرة والبسيطة، الانتقال من وحدة قياس إلى أخرى يمكن أن يتم أحيانًا بالحدس، دون الالتفات إلى العملية الحسابية التي نقوم بها.
مثلًا، عندما نبدّل مترين بالسنتيمترات، لا ننتبه دائمًا إلى العلاقة الضربية بين الوحدتين، ولذلك عندما نحتاج إلى تبديل أعداد كبيرة أو أعداد فيها نقطة عشرية، لا نتذكّر دائمًا أيّ عملية حسابية علينا أن نستخدم.

عندما نسجّل أعدادًا في جدول طويل، تصبح رؤية العلاقة بينها أسهل، وكذلك استخدام القاعدة الملائمة. يُستحسن إجراء **نقاش** في الصف عن العلاقة بين العمودين في الجدول: نطلب من التلاميذ أن يملأوا بضعة أسطر بأعداد يختارونها بأنفسهم. في كل مرّة يقترح فيها تلميذ ملء سطر، يوصى بأن يقوم التلاميذ بتعليل أسباب كون العددين ملائمين أو غير ملائمين. أمثلة لشروح: حاصل قسمة العددين هو 100، العددان غير ملائمين لأن العدد بالسنتيمترات دائمًا أكبر من العدد بالأمتار.
يمكن إضافة سهم فوق الجدول نكتب فوقه × 100. هذا السهم يبرز العلاقة الضربية بين العمودين. في هذه المرحلة يُستحسن كتابة عدد عشري في عمود **الأمتار** ونسأل: ما هو العدد الملائم بالسنتيمترات؟ ما هي العملية الملائمة؟

× 100

سنتينترات	أمتار
100	1
200	2
1400	14
؟	12.03

وحدات قياس ملائمة للضرب والقسمة في وعلى 10
تبديل الأمتار بالديسيمترات، تبديل السنتيمترات بالمليمترات، تبديل السنتيمترات بالديسيمترات، وما شابه ذلك.
وحدات قياس ملائمة للضرب والقسمة في وعلى 100
تبديل الأمتار بالسنتيمترات، تبديل الديسيمترات بالمليمترات، وكذلك تبديل الشواقل بالأغورات والدولارات بالسنتات.

ملاحظات عن فعاليات في كتاب التعليم – الوحدة ب

الصفحة 90: تمهيدًا لقسمة الأعداد العشرية على 10

في هذه الصفحة نقوم بمراجعة تمارين قسمة على 10، العدد المقسوم فيها هو عدد طبيعي بعشرات كاملة. نسجّل العدد المقسوم وحاصل القسمة (نتيجة تمرين القسمة) في جدول عشري تمهيدًا لقسمة الأعداد العشرية على 10. الأسئلة المطروحة في النقاش وفي الفعالية 2 هي أسئلة موجّهة لتتمة المادة.

الصفحات 91–96: القسمة على 10

فعالية تمهيدية للصفحتين 91–92

نعرض على التلاميذ تمارين قسمة على 10، في العدد المقسوم فيها رقم واحد فقط لا يساوي 0.
مثلًا:

$7 : 10 =$

$0.4 : 10 =$

$0.01 : 10 =$

$9 : 10 =$

نطلب من التلاميذ أن يحلّوا هذه التمارين دون أي شرح مسبق منا. بعد أن ينتهي التلاميذ من الحلّ، نجري نقاشًا يعرض فيه التلاميذ حلولهم، ويشرحون كيف توصّلوا إليها. باستطاعة التلاميذ أن يعتمدوا أيضًا على معرفتهم في قسمة الكسور البسيطة. نطلب منهم أن يعرضوا العدد المقسوم وحاصل القسمة في جدول عشري.

مثلًا:

آلاف	مئات	عشرات	آحاد	أعشار	أجزاء من مئة
			6		
			0	6	

6

6 : 10 =

$6 : 10 = \frac{6}{10} = 0.6$

وأيضًا:

آلاف	مئات	عشرات	آحاد	أعشار	أجزاء من مئة
			0	6	
			0	0	6

$0.6 : 10 = \frac{6}{10} : 10 = \frac{6}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{6}{100} = 0.06$

قد يكون هناك تلاميذ اختاروا أن يحلّوا تمرين القسمة في الكسور، ليس بالضرب في مقلوب العدد، وإنما بالطريقة التي عُلّمت في الفصول السابقة التي تناولت العمليات الحسابية في الكسور. مثلًا:

$0.6 : 10 = \frac{6}{10} : 10 = \frac{60}{100} : 10 = \frac{6}{100} = 0.06$

الصفحتان 92–93: الانتقال من السنتيمترات إلى الديسيمترات

تبديل السنتيمترات بالديسيمترات يستدعي التدرّب على قسمة الأعداد العشرية على 10.

من السهل شرح تبديل أعداد صحيحة أكبر من 10 وخاصةً تبديل عشرات كاملة من السنتيمترات بالديسيمترات.

أما تبديل 9 سنتيمترات بديسيمترات فليس أمرًا بديهيًا، لأن النتيجة بالديسيمتر أصغر من 1.

الجدول في هذه الحالة يساعد جدًا، لأن التلاميذ يرون فيه أمثلة مختلفة من الأعداد، حتى في حالات أبسط.

0.9 دسم = 9 سم ‏(0.9 = 10 : 9).

استخدام جدول ملاءمة هو أمر هام، لأنه يمكّن التلاميذ من رؤية العلاقة الثابتة بين وحدات القياس المختلفة، في هذه الحالة بين وحدتَي السنتيمتر والديسيمتر. هكذا تتحوّل الفعالية المعدّة لهدف التبديل ليس إلى مجرّد فعالية عفوية، وإنما نعتمد على العلاقة الثابتة بين الوحدتين.

: 10

دسيمترات	سنتيمترات
	320
	100
	1,000
	9
	5
	1

$320 : 10 =$

$9 : 10 =$

الصفحة 93

الفعالية 6

في هذه الفعالية نبدّل مليمترات بستيمترات وديسيمترات بأمتار. في الحالتين، العملية الملائمة هي القسمة على 10. هذه العلاقة ليست واضحة للتلاميذ من تلقاء نفسها، ولذلك مهم تعويدهم على الاستعانة بجدول ملاءمة في كل حالة كهذه. هكذا يتعلّمون إيجاد العلاقة بين الوحدتين، والعملية الحسابية الملائمة لتنفيذ التبديل، خاصةً في الحالات التي فيها أعداد عشرية، ولا يتذكّرون دائمًا ما هي العملية الحسابية التي يجب أن يستخدموها.

الفعالية 7

يوصى هنا بتسجيل متوالية الأعداد التي نحصل عليها من نتائج التمارين. هذه متوالية ذات حاصل قسمة ثابت هو 10.

$$1{,}000 \xrightarrow{:10} 100 \xrightarrow{:10} 10 \xrightarrow{:10} 1 \xrightarrow{:10} 0.1 \xrightarrow{:10} 0.01, \ldots$$

اعتاد التلاميذ على تحليل متواليات حسابية (**الفرق** فيها بين كل حدّين متتاليين هو فرق ثابت) وليس كهذه المتوالية التي فيها **النسبة** بين كل حدّين متتاليين هي نسبة ثابتة (متوالية هندسية).

اقتراحات لفعاليات أخرى في أعقاب متوالية أعداد

- يوصى بطرح هذا السؤال على التلاميذ: ما هو العدد التالي في المتوالية؟ ويمكن أن نطلب منهم أن يكملوا المتوالية في الاتجاهين وفحص أي عملية استخدموها في كل اتّجاه.
- يمكن أن نطلب من التلاميذ أن يبنوا بأنفسهم متوالية كهذه، النسبة فيها بين كل حدّين متتاليين هي نسبة ثابتة. يمكن أيضًا إضافة قيود، على نحو:
  - أحد الأعداد في المتوالية هو 0.6.
  - العدد الثالث في المتوالية هو 4,000.

الصفحتان 94–95: القسمة على 10 بواسطة قانون التوزيع

فعالية تمهيدية للصفحتين 94–95

نعرض على التلاميذ التمرين $163 : 10 =$ ، ونطلب منهم أن يجدوا طرقًا لحلّه. ثم نجمع الطرق المختلفة التي اقترحها التلاميذ ونجري نقاشًا فيها.
أمثلة لطرق ممكنة قد يعرضها التلاميذ:

$$163 : 10 = (160 + 3) : 10 = 160 : 10 + 3 : 10 = 16 + 0.3 = 16.3$$

$$163 : 10 = (100 + 60 + 3) : 10 = 100 : 10 + 60 : 10 + 3 : 10 = 10 + 6 + 0.3 = 16.3$$

$$163 : 10 = \frac{163}{10} = 16\frac{3}{10} = 16.3$$

أوّل طريقتين معروضتين هنا اعتمدتا على قانون التوزيع. هذه مناسبة لطرح مثل هذه الأسئلة:
- ما هو الفرق بين الطريقتين؟
- أي طريقة تفضلونها؟ لماذا؟

هذا مثال لقسمة عدد طبيعي على 10. يوصى بأن يُعرض على التلاميذ أيضًا تمرين قسمة لعدد عشري على 10، ثم نسألهم: كيف يحلّون هذا التمرين؟ مثلًا: $83.1 : 10 =$
هذا مثال ممكن للحلّ، يعتمد على ما أصبح يعرفه التلاميذ في مجال قسمة عدد على 10:

$$83.1 : 10 = (80 + 3 + 0.1) : 10 = 80 : 10 + 3 : 10 + 0.1 : 10 = 8 + 0.3 + 0.01 = 8.31$$

الصفحة 96

في الصفحتين 94-95 تمرّس التلاميذ في القسمة على 10 بواسطة قانون التوزيع. ثم سجّلوا العدد الذي قسموه والنتيجة في جدول عشري. بعد أن ينفّذ التلاميذ الفعاليات في هاتين الصفحتين، يوصى بإجراء نقاش يؤدّي إلى تعميم قسمة عدد عشري على 10.

مثلًا: 2.07 = 10 : 0.7 + 10 : 20 = 10 : (0.7 + 20) = 10 : 20.7

	آلاف	مئات	عشرات	آحاد	أعشار	أجزاء من مئة
20.7			2	0	7	
= 10 : 20.7				2	0	7

نقاش

- قيمة الرقم 2 في العدد 20.7 هي 20.
  ما هي قيمة الرقم 2 في نتيجة التمرين = 10 : 20.7 ؟
- ما هي قيمة الرقم 7 في العدد 20.7؟
  ما هي قيمة الرقم 7 في نتيجة التمرين = 10 : 20.7 ؟
- كيف تغيّرت قيمة الرقم 7 في النتيجة؟
- كيف تغيّرت قيمة الرقم 2 في نتيجة التمرين = 10 : 20.7 بالمقارنة مع قيمة الرقم 2 في العدد 20.7؟
- ما هي العلاقة بين العدد الذي نقسمه على 10 والنتيجة؟

مثل هذا النقاش يؤدّي إلى التعميم:

عندما نقسم عددًا **على 10**، تصغُر قيمة كل رقم 10 مرّات،
وهذا يبدو كأننا نزيح النقطة العشريّة منزلة واحدة إلى اليسار.

من الآن فصاعدًا، باستطاعة التلاميذ أن يحلّوا تمارين القسمة على 10 بحسب التعميم الذي توصّلوا إليه، أو بالطرق التي تعلّموها سابقًا، وذلك بحسب اختيارهم.

الفعاليتان 5-6

في هاتين الفعاليتين يبدّل التلاميذ وحدات قياس طولية بالضرب في 10 أو بالقسمة على 10. الجدول المعروض في الفعالية 5 هو جدول ملاءمة بكل ما تحمله الكلمة من معنى، إلا أنه معروض بطريقة مختلفة عمّا عرفه التلاميذ من قبل. مهم أن نشرح للتلاميذ أن الحديث هنا هو في الواقع عن نفس الجدول، وأن طريقة إكمال القياسات الناقصة فيه هي بإيجاد العلاقة بين السطرين في الجدول.

ميليمترات			40	205	545
سنتيمترات	1.2	12.6			

يعرف التلاميذ أنهم لكي يبدّلوا السنتيمترات بالميليمترات عليهم أن يضربوا في 10. لذلك لكي يقوموا بالعملية العكسية، أي تبديل الميليمترات بالسنتيمترات، عليهم أن يقسموا على 10.
يوصى بأن يكتب التلاميذ التمرين الملائم بجانب كل تربيعة في الجدول.

القسم الثاني من هذه الفعالية يتناول الإحساس بمقدار قياسات الطول. مهم أن يتمرّس التلاميذ في هذا النمط من الفعاليات، وذلك لكي لا تتحوّل عمليات التبديل إلى مجرّد مهارات تقنية. مثلًا، القياس 545 ميليمترًا "لا يقول" شيئًا بحدّ ذاته، لكننا عندما نبدّله إلى سنتيمترات نحصل على 54.5 سم، وهذا يعطينا إحساسًا بمقدار يسهل تصوّره وتقديره، ولذلك هو أقرب إلى ارتفاع كلب من باقي القياسات المذكورة في الفعالية.

ب. قسمة الأعداد العشرية على 10 وعلى 100

الصفحات 97–100: القسمة على 100

فعالية تمهيدية للصفحتين 97-98

نعرض على التلاميذ تمارين قسمة على 100.

مثلًا:

600 : 100 =

2,300 : 100 =

405 : 100 =

680 : 100 =

65 : 100 =

2.4 : 100 =

بدون أن نمهّد لهم بأي شرح، نطلب من التلاميذ أن يحلّوا هذه التمارين. باستطاعتهم في هذه الفعالية العمل في مجموعات ومناقشة طرق الحلّ فيما بينهم. في هذه المرحلة يعرف التلاميذ كيف يضربون في 10 وفي 100، ويعرفون أيضًا حلّ تمارين قسمة على 10. بناءً على هذه المعلومات، باستطاعتهم مواجهة هذه المهمّة. يمكن إجمال العمل في المجموعات في نقاش صفّي تُناقَش فيه الطرق المختلفة التي عرضها التلاميذ.

أمثلة ممكنة لطرق حلّ للتلاميذ:

– القسمة على مراحل، بدلًا من أن يقسموا على 100، يقسمون أوّلًا على 10 وبعد ذلك يقسمون النتيجة على 10.

مثال: 65 : 100 =

65 : 10 = 6.5

6.5 : 10 = 0.65

من هنا: 65 : 100 = 0.65

– القسمة بالتبديل إلى كسور بسيطة: $65 : 100 = \frac{65}{100} = 0.65$

يوصى خلال النقاش الصفّي كتابة العدد المقسوم وحاصل قسمة التمرين (النتيجة)، في جدول عشري.

مثلًا: 405 : 100 = 4.05

	آلاف	مئات	عشرات	آحاد	أعشار	أجزاء من مئة
المقسوم		4	0	5		
حاصل القسمة				4	0	5

بعد تعويض بضعة تمارين في جداول عشرية، يمكن توجيه النقاش بواسطة أسئلة تؤدّي إلى التعميم:

- قيمة الرقم 4 في العدد 405 هي 400. ما هي قيمة الرقم 4 في نتيجة التمرين 4.05 = 100 : 405 ؟
- كيف تغيّرت قيمة الرقم 5 في نتيجة التمرين 4.05 = 100 : 405 قياسًا بقيمته في العدد 405 (المقسوم)؟
- ما هي العلاقة بين عدد نقسمه على 100، والنتيجة؟

يمكن إجمال الفعالية بهذا الاستنتاج:

> عندما نقسم عددًا **على 100**، تصغُر قيمة كل رقم 100 مرّة،
> وهذا يبدو كأننا أزحنا النقطة العشريّة منزلتين إلى اليسار.

في تمرين قسمة على 100 " نحلّل" عملية القسمة إلى تمرينين: القسمة على 10، ثم القسمة على 10 مرّة أخرى. فإذا كانت القسمة على 10 "تحرّك" النقطة منزلة واحدة إلى اليسار، فإن القسمة على 100 "تحرّك" النقطة منزلتين إلى اليسار.

مهم أن يتيقّن التلاميذ أنه لا فرق بين أن يقسموا مئات كاملة على 100 وبين القسمة على 100 لعدد رقم عشراته ورقم آحاده لا يساويان صفرًا.

مثلًا، في هذا التمرين: $2{,}300 : 100 = 23$ يمكن أن نتخيّل وجود نقطة عشرية بعد رقم الآحاد (.2300)، وعندما "نحرّك" هذه النقطة نحصل في الواقع على هذا العدد 23.00 وهو العدد 23.

الصفحتان 99–100

في هاتين الصفحتين توجد فعاليات مختلفة تستدعي من التلاميذ تنفيذ تمارين ضرب أعداد عشرية في 10 وفي 100، وتمارين قسمة أعداد عشرية على 10 وعلى 100: مسائل كلامية، إكمال معادلات وتبديل وحدات قياس.

الفعالية 6 (الصفحة 99)

في هذه الفعالية تُعرض معادلات ضرب وقسمة، أحد العاملين فيها هو 10 أو 100. نُمعن النظر، مثلًا، في المعادلة أ: $12 : \_\_\_ = 0.12$

في هذه المعادلة معطى العدد المقسوم وأحد العاملَين. سبق للتلاميذ أن تمرّسوا في حلّ معادلات من هذا النوع بأعداد طبيعية، وهم يعلمون أن التمرين المباشر لحلّ المعادلة هو: $12 : 0.12 = \_\_\_$.

لكنهم لم يتعلّموا بعد حلّ تمرين قسمة المقسوم عليه فيه هو عدد عشري (هذه الموضوعة تُعلَّم في هذا الفصل، في الوحدة د). ولذلك نتساءل: كيف باستطاعة التلاميذ إكمال المعادلة المعطاة؟

يوصى بعرض هذه المعادلات على التلاميذ، أو معادلات شبيهة بها، ونطلب منهم أن يقترحوا طرقًا لإكمال كل معادلة (مع عدم تجاهل القيد الذي ذكرناه هنا).

طرق ممكنة للحلّ:

أ. العدد المقسوم في المعادلة المعطاة $12 : \_\_\_ = 0.12$ هو حاصل ضرب التمرين $12 = \_\_\_ \times 0.12$.
إذا أمعنا النظر في معادلة الضرب $12 = \_\_\_ \times 0.12$ نلاحظ أن الرقمين في العامل (غير الصفرين) هما نفس الرقمين المكوّن منهما حاصل الضرب في التمرين، وهذا يعني أن التمرين هو تمرين ضرب في 10 أو في 100. لذلك يمكن، بالتقدير أو بالفحص أو بـ"إزاحة" النقطة العشرية، إيجاد أن العامل الناقص في المعادلة هو 100: $12 : 100 = 0.12$.

ب. نكتب العدد المقسوم في المعادلة الأصلية وحاصل قسمة التمرين في الجدول العشري:

	آلاف	مئات	عشرات	آحاد	أعشار	أجزاء من مئة
المقسوم		4	٥	5		
حاصل القسمة				4	٥	5

نرى بوضوح أن قيمة كل رقم صَغُرت 100 مرّة، أي أن العدد كلّه صَغُر 100 مرّة. لذلك، إذا كان $12 = 0.12 \times 100$ فإن $12 : 100 = 0.12$.

باقي المعادلات في هذه الفعالية لها نفس الميزة: معادلات ضرب أو قسمة، العامل المعطى فيها هو عدد عشري، والعامل الناقص هو 10 أو 100.

الصفحة 100

في هذه الصفحة نتناول تبديل وحدات قياس لإجمال الموضوعة.

اقتراح لفعالية تمهيدية

أكملوا أعدادًا ملائمة من القائمة أدناه.

أ. طول نملة هو ــــ سم.

ب. طول المعلم هو ــــ م.

ج. وزن الفيل هو ــــ طن.

د. ارتفاع الفنجان هو ــــ ملم.

هـ. طول قلم الرصاص هو ــــ دسم.

و. قفز الكنغر مسافة ــــ سم.

ز. المسافة بين بيتي والمدرسة هي ــــ كم.

ح. وجدت منال بالحساب أن طول الليوان في المدرسة هو ــــ سم.

قائمة الأعداد الملائمة:

1.1	2.1	1,505	0.7	700	2	75	1.7

بالإضافة إلى عملية التبديل المطلوبة، على التلاميذ أن "يحسّوا" مقدار القياسات، وأن يعتمدوا على معلومات عامة ليتمكّنوا من الإجابة. يوصى بإجراء نقاش في هذه الفعالية.

الأجوبة:

أ. 0.7 (وَ 1.1 ملائم أيضًا)

ب. 1.7

ج. 2.1

د. 75

هـ. 1.7 (وَ 1.1 ملائم أيضًا)

و. 700

ز. 1.1 (العددان 1.7 وَ 0.7 ملائمان أيضًا)

ح. 1,500 (وَ 700 ملائم أيضًا)

الفعالية 11 (الصفحة 100)

في هذه الفعالية نتناول تبديل وحدات قياس في الأعداد العشرية كي نرسم مضلّعات بحسب معطيات.

البندان هـ وَ و يمكن اعتبارهما **اختياريين** للتلاميذ المتقدّمين.

البند هـ:

المضلّع ذو أكبر مساحة وذو محيط 0.2 متر، هو مربّع طول ضلعه 0.05 متر (5 سم).

البند و:

المضلّع ذو أصغر مساحة وذو محيط 0.2 متر، هو مستطيل أطوال أضلاعه 9.5 سم وَ 0.5 سم (وهو أضيق مستطيل يمكن رسمه على التربيعات).

ج. ضرب الأعداد العشرية
(الصفحات 101-115 في كتاب التعليم)

يعتمد تعليم ضرب الأعداد العشرية على معرفة سابقة – فهم المبنى العشري، فهم معنى عملية الضرب، معرفة قوانين العمليات الحسابية والتمكّن من خوارزمية الضرب العمودي في الأعداد الصحيحة.
أثناء تعليم هذه الموضوعة في هذه الوحدة، يتمرّس التلاميذ بطرق حلّ مختلفة لنفس تمرين الضرب في الأعداد العشرية. الهدف، أن يفهم التلاميذ طرق الحلّ المختلفة، وفي كل مرّة يضطرّون فيها إلى حلّ تمرين ضرب في الأعداد العشرية: يكون بإمكانهم أن يختاروا الطريقة التي يستسهلونها.

1. الحلّ الأفقي
نعرض هنا أمثلة لطرق حلّ مختلفة لتمارين يمكن حلّها أفقيًا بحسابات غير معقّدة.

أ. ضرب عدد عشري أصغر من 1 في عدد صحيح
مثال: $3 \times 0.8 =$
- الحلّ بواسطة **الجمع المتكرّر**: $3 \times 0.8 = 0.8 + 0.8 + 0.8 = 2.4$
- الحلّ بواسطة **ضرب الكسور**: $3 \times 0.8 = 3 \times \frac{8}{10} = \frac{24}{10} = 2.4$

ب. ضرب عدد عشري أكبر من 1 في عدد صحيح
مثال: $2 \times 2.25 =$
- الحلّ بواسطة **الجمع المتكرّر**: $2 \times 2.25 = 2.25 + 2.25 = 4.5$
- الحلّ بواسطة **ضرب الكسور**: $2 \times 2.25 = 2 \times 2\frac{25}{100} = 2 \times 2\frac{1}{4} = 4\frac{2}{4} = 4\frac{1}{2} = 4.5$

ج. ضرب أعداد عشرية
مثال: $0.75 \times 0.2 =$
- الحلّ بواسطة **ضرب الكسور**: $0.75 \times 0.2 = \frac{75}{100} \times \frac{2}{10} = \frac{150}{1000} = \frac{15}{100} = 0.15$
- الحلّ بواسطة **ضرب أعداد صحيحة**:
نحلّ التمرين الملائم في الأعداد الصحيحة: $75 \times 2 = 150$
في حاصل الضرب هذا كبّرنا العامل الأوّل في التمرين الأصلي (0.75)، 100 مرّة، وكبّرنا العامل الثاني (0.2)، 10 مرّات، ولذلك يكون حاصل الضرب في الأعداد الصحيحة (150) أكبر 1,000 مرّة (10×100) من نتيجة التمرين الأصلي.
من هنا: $0.75 \times 0.2 = 0.15$

يجب أن نشير إلى أن هاتين الطريقتين – ضرب الكسور وضرب الأعداد الصحيحة – تبدوان مختلفتين، بينما هما، في واقع الأمر، نفس الطريقة: عندما نقوم بضرب الكسور – فإننا فوق خطّ الكسر ننفّذ ضرب أعداد صحيحة، وحاصل الضرب الذي تحت خطّ الكسر يشير إلى كم مرّة نصغّر.

2. الحلّ العمودي
حلّ تمارين ضرب في الأعداد العشرية يأتي بحسب هاتين المرحلتين:
أ. نتجاهل النقاط العشرية ونحلّ تمرين الضرب الملائم في الأعداد الصحيحة.
ب. نعلّم النقطة العشرية في المكان الملائم في النتيجة.

مثال:
$$\begin{array}{r} 1.05 \\ \times \quad 7.3 \\ \hline \end{array}$$

أ. حلّ التمرين في الأعداد الصحيحة:
$$\begin{array}{r} 105 \\ \times \quad 73 \\ \hline + \; 315 \\ 735 \\ \hline 7665 \end{array}$$

في التمرين في الأعداد الصحيحة، كبّرنا العامل الأوّل 100 مرّة (من 1.05 إلى 105)، وكبّرنا العامل الثاني 10 مرّات (من 7.3 إلى 73)، أي يجب تصغير حاصل الضرب في الأعداد الصحيحة 1,000 مرّة، ولذلك:

$$\begin{array}{r} 1.05 \\ \times\quad 7.3 \\ \hline 7.665 \end{array}$$

ملاحظات عن فعاليات في كتاب التعليم – الوحدة ج

الصفحات 101–108: ضرب عدد عشري في عدد صحيح

في بداية الوحدة نتناول ضرب عدد عشري أصغر من 1 في عدد صحيح، ولاحقًا نتناول ضرب عدد عشري أكبر من 1 في عدد صحيح.

لحلّ هذه التمارين تعلّم طريقتان أساسيتان (كما هو مفصّل في المدخل):

أ. بواسطة الجمع المتكرّر

ب. بواسطة ضرب الكسور.

فعالية تمهيدية للصفحة 101

1. نطلب من التلاميذ أن يكتبوا تمارين ضرب في الأعداد العشرية يعرفون كيف يحلّونها.
مهم أن نؤكّد لهم أنهم في الواقع لم يتعلّموا بعد كيفية حلّ مثل هذه التمارين، ومع ذلك قد يجدون تمارين يعرفون كيف يحلّونها بناءً على معرفتهم ومعلوماتهم عن عملية الضرب.
مهم أيضًا أن يشرح كل تلميذ طريقة حلّ تمرينه.

2. نطلب من التلاميذ أن يحلّوا تمرين جمع متكرّر: 0.7 + 0.7 + 0.7 + 0.7 = .
بعد أن يحلّوه، نطلب منهم أن يكتبوا تمرين ضرب ملائمًا وأن يحلّوه بناءً على تمرين الجمع المتكرّر.
تمرين الضرب الملائم هو: 2.8 = 4 × 0.7 .

3. نطلب من التلاميذ أن يكتبوا تمارين ضرب مختلفة، نتيجتها **3.2**: 3.2 = ___ × ___

نخصّص وقتًا لجمع التمارين التي كتبها التلاميذ. حتى في هذه المرحلة الأولية من التعلّم، باستطاعة التلاميذ أن يفحصوا كل تمرين مقترَح، هل هو ملائم للقالب المعروض أم لا. لذلك يمكن أن نطلب منهم طرق فحص مختلفة. باستطاعتهم، مثلا، أن يقدّموا اقتراحًا للفحص بواسطة الجمع المتكرّر، أو بواسطة ضرب الكسور أو بالتقدير.

الصفحة 102 الفعالية 4

نقاش: كيف يمكن مقارنة نتائج هذه التمارين بدون أن نحلّها؟

أ| 0.9 × 8 = ب| 8 × 0.4 = ج| 12 × 0.9 =

التمرينان أ وَ ب: في التمرينين أحد العاملَين هو 8. العامل الثاني في التمرين **ب** (0.4) أصغر من العامل الثاني في التمرين **أ** (0.9)، ولذلك نتيجة التمرين **ب** أصغر من نتيجة التمرين **أ**.

التمرينان أ وَ ج: في التمرينين أحد العاملَين هو 0.9. العامل الثاني في التمرين **أ** (8) أصغر من العامل الثاني في التمرين **ج** (12)، ولذلك نتيجة التمرين **أ** أصغر من نتيجة التمرين **ج**.

التمرينان ب وَ ج: العاملان في التمرين **ب** أصغر من العاملَين في التمرين **ج** (8 أصغر من 12 وَ 0.4 أصغر من 0.9)، ولذلك نتيجة التمرين **ب** أصغر من نتيجة التمرين **أ**.

للإجمال: • **أ** أصغر من **ج**، **ب** أصغر من **أ**، **ب** أصغر من **ج**، أي أن: ج > أ > ب.
• أكبر نتيجة: التمرين **ج**.
• أصغر نتيجة: التمرين **ب**.

الصفحة 102 الفعالية 7، الصفحة 103 الفعالية 8

في هاتين الفعاليتين يوجد تطبيق لضرب الأعداد العشرية في موضوعة مقياس الرسم.

الصفحة 103

الفعالية 9

يستطيع التلاميذ إيجاد العدد الناقص في المتباينة بطريقة التجربة والخطأ.

هذه هي الأجوبة: $\underline{11} \times 0.8 > 8$ $\quad \underline{6} \times 0.6 > 3$ $\quad \underline{4} \times 0.3 > 1$

يفضّل الطلب من التلاميذ أن يقدّموا شروحًا لطريقة عملهم. حتى الحلول المبنية على طريقة التجربة والخطأ، تعتمد على اعتبارات معيّنة. مثلًا، تعليل التلاميذ لإكمال العدد 11 في المتباينة في البند ج: $\underline{11} \times 0.8 > 8$، يمكن أن يكون على هذا النحو: $10 \times 0.8 = 8$ ، ولذلك أصغر عدد صحيح ملائم هو 11.

الفعالية 10

مهم أن يكتب التلاميذ بالتفصيل طرق حلّهم:

أ. الحلّ بواسطة الجمع التكرّر: $0.42 \times 3 = 0.42 + 0.42 + 0.42 = 1.26$

ب. الحلّ بواسطة ضرب الكسور: $0.42 \times 3 = \frac{42}{100} \times 3 = \frac{126}{100} = 1.26$

في الفعالية الآتية، الصفحة 103 الفعالية 11، يُطلب من التلاميذ حلّ التمارين بالطريقة التي يستسهلونها. لذلك، من المهم في المرحلة الأولى أن يتمكّن التلاميذ من مهارات حلّ تمارين الضرب بواسطة الجمع المتكرّر، وكذلك بواسطة ضرب الكسور.

الفعالية 12

لهذه الفعالية ناحيتان هامّتان: الأولى – تقوية معنى الضرب في الأعداد العشرية. لحلّ كل واحد من التمرينين المعطيين، على التلاميذ أن يميّزوا الفرق بينهما وبين التمرين الأصلي.

في التمرين أ العامل الصحيح أصغر بـ 1 من العامل الصحيح في التمرين المحلول. معنى ذلك أن العامل العشري، 0.23، يكرّر نفسه أقلّ بمرة واحدة من عدد المرّات في التمرين المحلول، ولذلك نتيجة التمرين أ ستكون أصغر بـ 0.23 من نتيجة التمرين المحلول.

في التمرين ب العامل الصحيح أكبر بـ 1 من العامل الصحيح في التمرين المحلول. معنى ذلك أن العامل العشري، 0.23، يكرّر نفسه أكثر بمرة واحدة من عدد المرّات في التمرين المحلول، ولذلك نتيجة التمرين ب ستكون أكبر بـ 0.23 من نتيجة التمرين المحلول.

الناحية الهامّة الثانية المتمثلة في هذه الفعالية، هي تطوير التبصّر العددي في مجال ضرب الأعداد العشرية. التأكيد هو على حلّ تمرين جديد بحسب حلّ معطى لتمرين مشابه. في تتمة الفصل سيقابل التلاميذ فعاليات أخرى مشابهة.

اقتراحات لتمارين إضافية استمرارًا للفعالية 12

1. حلّوا التمرينين بواسطة التمرين المحلول هذا: $0.75 \times 19 = 14.25$.

ب | $0.75 \times 18 =$ $\qquad$ أ | $0.75 \times 20 =$

2. حلّوا التمارين بواسطة التمرين المحلول هذا: $27 \times 1.2 = 32.4$.

ج | $25 \times 1.2 =$ $\qquad$ ب | $28 \times 1.2 =$ $\qquad$ أ | $1.2 \times 26 =$

الصفحة 104

نستمرّ هنا في تناول ضرب عدد عشري في عدد صحيح، ولكن تظهر في التمارين هنا أيضًا أعداد عشرية أكبر من 1.
هذه التمارين أيضًا يلائمها الحلّ بالطريقتين المذكورتين من قبل: الجمع المتكرّر وضرب الكسور.
بالإضافة إلى ذلك، يمكن حلّ التمارين أيضًا بواسطة التوزيع.

الفعالية 14

يُطلب من التلاميذ حلّ التمارين بكل طريقة من الطرق الثلاث التي تعلّموها: الجمع المتكرّر، ضرب الكسور واستخدام التوزيع. أحد أهداف الفعالية: جعل التلاميذ متمكّنين من مهارات الحلّ بكل طريقة من هذه الطرق، وذلك لكي يتمكّنوا لاحقًا من اختيار طريقة الحلّ التي يستسهلونها. وهدف آخر للفعالية: جعل التلاميذ يميّزون بين طرق الحلّ المختلفة لكي يكونوا واعين لها، وهذا الوعي يساعدهم في ملاءمة طريقة الحلّ لكل تمرين لاحقًا.

الصفحة 105

إحدى الطرق المقترحة في منهج التعليم لشرح ضرب الأعداد العشرية، تعتمد على فهم المبنى العشري كما عرضناه في المدخل لهذه الوحدة. في هذه الصفحة يقابل التلاميذ هذه الطريقة أيضًا.

فعالية تمهيدية للصفحة 105 في الأعداد الصحيحة

معطى التمرين المحلول: $215 \times 780 = 167{,}700$.

- حلّوا بواسطته هذا التمرين: $215 \times 78 =$.

الشرح: العامل الأوّل في التمرينين متساوٍ، لكن العامل الثاني في التمرين الثاني أصغر 10 مرّات.
لذلك تكون نتيجة هذا التمرين أيضًا أصغر 10 مرّات: $215 \times 78 = 16{,}770$.

- استعينوا بالتمرين المحلول، وحلّوا أيضًا التمارين الآتية:

أ) $21{,}500 \times 780 =$ ب) $2{,}150 \times 78 =$ ج) $7{,}800 \times 2{,}150 =$

الشرح:

في التمرين أ العامل الأوّل كَبُر 100 مرّة، والعامل الثاني لم يتغيّر. لذلك تكون نتيجة التمرين أكبر 100 مرّة: $21{,}500 \times 780 = 16{,}770{,}000$.

في التمرين ب العامل الأوّل أكبر 10 مرّات، والعامل الثاني أصغر 10 مرّات. لذلك تكون نتيجة التمرين مساوية لنتيجة التمرين المحلول المعطى: $2{,}150 \times 78 = 167{,}700$.

في التمرين ج أحد العاملَين أكبر 10 مرّات، والعامل الآخر أكبر أيضًا 10 مرّات. لذلك تكون نتيجة التمرين أكبر 100 مرّة (10 × 10) من نتيجة التمرين المحلول المعطى: $7{,}800 \times 2{,}150 = 16{,}770{,}000$

الصفحة 105

الفعاليتان 16-17

بعد الفعالية التمهيدية في الأعداد الصحيحة، يستطيع التلاميذ أن يواجهوا هاتين الفعاليتين. هناك تلاميذ سيساعدهم جدًا، في عملية تخطّي هذا النمط من التفكير، أن يكتبوا العملية الحسابية المطلوبة بين التمرين المعطى والتمرين المطلوب حلّه. مثال لشرح ذلك موجود في إطار الشرح في الصفحة 105.

$$278 \times 9 = 2{,}502$$

$:10$ $:10$

$$27.8 \times 9 = 250.2$$

بعد تنفيذ الفعالية، مهم أن نطلب من التلاميذ أن يشرحوا طرق حلّهم وعدم الاكتفاء فقط بالحلول. مهم أن يتدرّب التلاميذ كلاميًا على شرح العملية التي نفّذوها، والاستنتاج الذي أوصلهم إلى إيجاد الحلّ.

مثال من الفعالية 16:

التمرين المحلول المعطى: $278 \times 9 = 2,502$

التمرين أ: $2.78 \times 9 =$

الشرح: العامل الأوّل أصغر 100 مرّة من العامل الأوّل في التمرين المحلول، والعامل الثاني لم يتغيّر. لذلك تكون نتيجة التمرين أصغر 100 مرّة من نتيجة التمرين المحلول المعطى، أي: 25.02.

مثالان من الفعالية 17:

التمرين المعطى: $12 \times 3.57 = 42.84$

المعادلة هـ: $\_\_\_ \times 357 = 42.84$

الشرح: العامل المعلوم أكبر 100 مرّة من العامل المناظر له في التمرين المحلول المعطى، بينما النتيجة لم تتغيّر. لذلك على العامل الناقص أن يكون أصغر 100 مرّة، أي: 0.12.

المعادلة و: $12 \times \_\_\_ = 428.4$

الشرح: العامل الصحيح لم يتغيّر، بينما حاصل الضرب كَبُر 10 مرّات. لذلك على العامل الناقص أن يكون أكبر 10 مرّات من العامل المناظر له في التمرين المحلول المعطى، أي: 35.7 .

الصفحة 106

الفكرة المركزية من الفعاليات في هذه الصفحة:

عندما نضرب عددًا معطى في عدد أصغر من 1، يكون حاصل الضرب أصغر من العدد المعطى.

عندما نضرب عددًا معطى في عدد أكبر من 1، يكون حاصل الضرب أكبر من العدد المعطى.

باختصار:

الضرب في عدد أكبر من 1 يكبّر، والضرب في عدد أصغر من 1 يصغّر.

لكي يذوّت التلاميذ هاتين القاعدتين جيدًا، يوصى بأن يستخدموهما بأنفسهم من خلال تمرّسهم في حلّ التمارين الملائمة.

اقتراح لفعالية تمهيدية للصفحة 106

نعرض على التلاميذ هذه التعابير:

$5 \times \_\_\_ < 5$ $\qquad 5 \times \_\_\_ > 5$ $\qquad 5 \times \_\_\_ = 5$

نطلب منهم أن يجدوا إمكانيات مختلفة لإكمال هذه التعابير. يمكن تنفيذ المهمّة في مجموعات، ومن ثم إجمالها في نقاش صفّي.

في الإجمال الصفّي نطلب من التلاميذ أن يقدّموا اقتراحاتهم لإكمال هذه التعابير، وأن يجدوا أعدادًا مختلفة ملائمة.

بعد الإجمال نعرض عليهم تعابير أخرى:

$0.5 \times \_\_\_ < 0.5$ $\qquad 0.5 \times \_\_\_ > 0.5$ $\qquad 0.5 \times \_\_\_ = 0.5$

نطلب منهم اقتراحات لإكمالها.

بعد هذه التمرّسات يمكن التوصّل إلى التعميمين المذكورين هنا الخاصّين بعملية الضرب.

الصفحة 107 الفعالية 22

تُعرض هنا مسألة كلامية تستدعي بناء جدول في علاقات ملاءمة من نوعين: عدد الربطات ووزن الربطات؛ عدد الربطات وثمن الربطات. إكمال الجدول يستوجب التدرّب على الضرب في الأعداد العشرية. باستطاعة التلاميذ أن يستعينوا بالجدول أيضًا لحلّ المسائل في تتمة الفعالية.

البند د:

- كم كغم من المعكرونة تستهلك العائلة **في الأسبوع**؟ كم تكلّفها هذه الكمية؟
  للإجابة عن السؤال، على التلاميذ أن يمعنوا النظر في الجدول ويستخرجوا منه المعطيات الملائمة.
- كم كغم من المعكرونة تستهلك العائلة **في 10 أيام**؟ كم تكلّفها هذه الكمية؟
  للإجابة عن السؤال، على التلاميذ أن يأخذوا بالحسبان أن 10 أيام هي حوالى أسبوع ونصف. أي أن العائلة تستهلك ما تستهلكه في أسبوع، زائد نصف هذه الكمية. بحسب هذا المعطى يمكن حساب عدد الربطات، وزنها وثمنها.
- كم كغم من المعكرونة تستهلك العائلة **في الشهر**؟ كم تكلّفها هذه الكمية؟
  للإجابة عن السؤال، باستطاعة التلاميذ أن يمعنوا النظر في الجدول، في العمود الذي يشير إلى الكمية للأسبوع، وأن يضربوها في 4 أسابيع.

الصفحة 108

لحلّ الفعالية الموجودة في هذه الصفحة، على التلاميذ أن يفهموا أنهم لكي يجدوا ثمن كمية معيّنة من الفاكهة – عليهم أن ينفّذوا تمرين ضرب.
مثلًا، إذا كان ثمن الكغم الواحد من المشمش هو 14 ش.ج.، فإنه لإيجاد ثمن 2 كغم من المشمش يجب حلّ التمرين $2 \times 14 =$ ، أي أن الثمن هو 28 ش.ج.
اعتاد التلاميذ أن يجروا مثل هذه الحسابات إذا كان الوزن المعطى هو بأعداد صحيحة، إلا أن هذا الأمر، أي معرفة أن العملية المطلوبة هي عملية ضرب، ليس واضحًا تمامًا للتلاميذ إذا كان الوزن المعطى كسرًا أو عددًا مخلوطًا. مثلًا، إذا كان ثمن الكغم الواحد من المشمش هو 14 ش.ج.، فإنه لإيجاد ثمن 0.2 كغم من المشمش يجب حلّ التمرين $0.2 \times 14 =$ ، أي أن الثمن هو 2.8 ش.ج.

استخدام جدول الملاءمة يساعد التلاميذ في الحلّ. صحيح أن في جدول الملاءمة المعروض هنا، العلاقة الثابتة هي بين الأسطر وليست بين الأعمدة، كما اعتاد عليها التلاميذ، ومع ذلك يبقى هذا الجدول هو جدول ملاءمة بكل ما تحمله الكلمة من معنى.

اقتراح لسؤال مفتوح في أعقاب الفعالية من الصفحة 108

اشترى فادي ثلاثة أنواع من الفواكه المجفّفة، وزنها الكلي كان 1 كغم.
ماذا اشترى فادي، وكم دفع؟ اقترحوا إمكانيات مختلفة.

حلول ممكنة:

- 0.1 كغم من التمر، 0.1 كغم من التفاح وَ 0.8 كغم من الزبيب بثمن 27 ش.ج.
  الحساب الملائم: $0.1 \times 40 + 0.1 \times 30 + 0.8 \times 25 = 27$
- 0.1 كغم من التمر، 0.2 كغم من التفاح وَ 0.7 كغم من الزبيب بثمن 27.5 ش.ج.
  الحساب الملائم: $0.1 \times 40 + 0.2 \times 30 + 0.7 \times 25 = 27.5$
- 0.1 كغم من التمر، 0.3 كغم من التفاح وَ 0.6 كغم من الزبيب بثمن 28 ش.ج.
  الحساب الملائم: $0.1 \times 40 + 0.3 \times 30 + 0.6 \times 25 = 28$

هذه الأمثلة، بالطبع، هي قسم صغير فقط من الإمكانيات الملائمة لحلّ المسألة. كل ثلاثة أنواع من الفواكه وزنها الكلي هو 1 كغم، هي ملائمة للمسألة. لكل إمكانية من هذه الإمكانيات يجب حساب ثمنها الكلي. هذه الأمثلة مأخوذة من ثلاثة أنواع فقط من الفواكه، بينما في الفعالية التي في الصفحة 108 توجد خمسة أنواع من الفواكه. لتقليص عدد الإمكانيات يمكن إضافة قيد للمسألة، وهو تحديد أسماء أنواع الفواكه التي تم شراؤها. إذا تبيّن أن التلاميذ ما يزالون يستصعبون السيطرة على تمرين السلسلة وعلى ترتيب العمليات الحسابية في الأوضاع الضربية في الأعداد العشرية، باستطاعتهم بالطبع أن يكتبوا التمارين الملائمة على انفراد. يفضّل شرح وعرض هذه الطريقة لهم أيضًا وكيفية كتابتها (هذه الطريقة معروفة لهم منذ تناولهم للأعداد الصحيحة).

اقتراح لفعالية تحدٍّ في أعقاب الفعالية من الصفحة 108

اشترت ياسمين تمرًا وزبيبًا فقط، ودفعت 20 ش.ج.
كم كغم اشترت من كل نوع؟ اقترحوا إمكانيات مختلفة.

حلول ممكنة:
- 0.4 كغم من الزبيب وَ 0.25 كغم من التمر. الحساب الملائم: $0.4 \times 25 + 0.25 \times 40 = 20$
- 0.6 كغم من الزبيب وَ 0.125 كغم من التمر. الحساب الملائم: $0.6 \times 25 + 0.125 \times 40 = 20$
- 0.2 كغم من الزبيب وَ 0.375 كغم من التمر. الحساب الملائم: $0.2 \times 25 + 0.375 \times 40 = 20$

باستطاعة التلاميذ أن يحلّوا مسألة التحدّي هذه في مجموعات، ويحاولوا التوصّل إلى حلول مختلفة، وحتى محاولة إيجاد طريقة منهجية لحلّ المسألة. بعد ذلك يُنصح بإجراء نقاش يطرح فيه التلاميذ الإمكانيات الملائمة ويقترحون طرقًا للحلّ.
أمامكم طريقة ممكنة لحلّ المسألة بواسطة تنظيم المعطيات في جدول ملاءمة يعرض ثمن الزبيب وثمن التمر: يمكن، بالطبع، عرض الجدول بالطريقة التي عُرض فيها في الصفحة 108 في كتاب التعليم.

الوزن بالكغم	ثمن الزبيب بِش.ج.	ثمن التمر بِش.ج.
1	25	40
0.1	2.5	4
0.125		5
0.2	5	8
0.25		10
0.3	7.5	12
0.375		15
0.4	10	16
0.5	12.5	20
0.6	15	
0.7	17.5	
0.8	20	

بُني هذا الجدول بحسب سهولة الحساب. هناك مبرّر لإيجاد ثمن 0.125 كغم من التمر أو 0.25 كغم من التمر، لأننا نحصل على أثمان ملائمة للإمكانيات المختلفة للتوصّل إلى 20 ش.ج. لا يوجد مبرّر، مثلًا، لإيجاد ثمن 0.125 كغم من الزبيب، لأننا سنحصل على ثمن لا يلائم الإمكانيات المختلفة للتوصّل إلى 20 ش.ج. ضمن المعطيات القائمة. واضح أنه عندما يبني التلاميذ جدولًا كهذا، لا يمكنهم أخذ كل الاعتبارات بالحسبان مسبقًا، ولكن بعد إجراء محادثة في الصف تُطرح في الصف إمكانيات مقبولة أخرى. مثال: إذا وجدنا أن ثمن 0.2 كغم من الزبيب هو 5 ش.ج.، يفضّل إيجاد وزن كمية التمر بالكغم التي ثمنها 15 ش.ج.، وذلك بهدف التوصّل إلى الثمن الكلي وهو 20 ش.ج. باستطاعة التلاميذ أن يتوصّلوا إلى الوزن المطلوب بسهولة من خلال النظر في الجدول: إذا كان ثمن 0.25 كغم هو 10 ش.ج.، فإن ثمن 0.125 كغم هو 5 ش.ج. من هنا، فإن ثمن 0.375 كغم من التمر هو 15 ش.ج. (قد يكون أسهل للتلاميذ أن تُستخدم الكسور البسيطة في النقاش، فهذا ليس مرفوضًا بالطبع.)

الصفحات 109–112: ضرب عدد عشري في عدد عشري

فعالية تمهيدية

تمهيدًا لبداية الموضوعة يوصى بأن يُجمل التلاميذ ما تعلّموه حتى الآن في الموضوعة: حتى الآن حللتم تمارين ضرب عدد صحيح في عدد عشري. والآن ستتعلّمون أن تحلّوا أيضا تمارين ضرب عدد عشري في عدد عشري.

هل طرق الحلّ السابقة ملائمة أيضًا في رأيكم لحلّ تمارين من هذا النوع؟

مثال: $0.9 \times 1.02 =$

أ. هل يمكن حلّ هذا التمرين بواسطة الجمع المتكرّر؟

لا، لأن الجمع المتكرّر يلائم فقط تمارين الضرب التي أحد العاملَين فيها هو عدد صحيح.

ب. هل يمكن حل هذا التمرين بواسطة ضرب بالكسور؟

نعم، $0.9 \times 1.02 = \frac{9}{10} \times \frac{102}{100} = \frac{918}{1000} = 0.918$

ج. هل يمكن حلّ هذا التمرين بواسطة حلّ التمرين في الأعداد الصحيحة: $9 \times 102 = 918$؟

نعم، في التمرين بالأعداد الصحيحة العامل الأوّل أكبر 10 مرّات من العامل في التمرين المعطى، والعامل الثاني أكبر 100 مرّة من العامل الثاني في التمرين المعطى. من هنا، فإن نتيجة التمرين في الأعداد الصحيحة أكبر 1000 مرّة (10×100) من نتيجة التمرين المعطى لذلك يمكن أن نحلّ: $0.9 \times 1.02 = 0.918$.

الصفحة 109

يُطلب من التلاميذ حلّ تمارين ضرب عدد عشري في عدد عشري بطريقتين مختلفتين: بواسطة ضرب الكسور وبواسطة ضرب الأعداد الصحيحة. مهم أن يتمكّن التلاميذ من هاتين المهارتين لكي يتمكّنوا لاحقًا من ملاءمة طرق الحلّ بحسب التمرين المعطى وبحسب سهولة الحساب.

الصفحة 110

الفعالية 4

في هذه الفعالية معطى تمرين ضرب محلول في الأعداد العشرية. يُطلب من التلاميذ حلّ ستّة تمارين تليه بواسطة التمرين المحلول المعطى: $135 \times 82 = 11{,}070$.

أ) $13.5 \times 82 =$

الشرح: العامل الأوّل في التمرين أصغر 10 مرّات من العامل الأوّل في التمرين المحلول، والعامل الثاني يساوي العامل الثاني في التمرين المحلول. لذلك يكون حاصل الضرب في التمرين أصغر 10 مرّات. أي أن: $13.5 \times 82 = 1{,}107$.

ب) $135 \times 0.82 =$

الشرح: العامل الأوّل في التمرين يساوي العامل الأوّل في التمرين المحلول، والعامل الثاني أصغر 100 مرّة من العامل الثاني في التمرين المحلول. لذلك تكون نتيجة التمرين أصغر 100 مرّة. أي أن: $135 \times 0.82 = 110.7$.

ج) $135 \times 820 =$

الشرح: العامل الأوّل في التمرين يساوي العامل الأوّل في التمرين المحلول، والعامل الثاني أكبر 10 مرّات من العامل الثاني في التمرين المحلول. لذلك يكون حاصل ضرب التمرين أكبر 10 مرّات. أي أن: $135 \times 820 = 110{,}700$.

د) $13.5 \times 8.2 =$

الشرح: كل واحد من العاملَين في التمرين صَغُر 10 مرّات عن نظيره في التمرين المحلول. القسمة على 10، ثم القسمة مرّة أخرى على 10، معناها القسمة على 100. (سبق أن واجه التلاميذ هذه الحالات في الوحدة السابقة التي تناولت قسمة أعداد عشرية على 10 وعلى 100.) لذلك تكون نتيجة التمرين أصغر 100 مرّة. أي أن: $13.5 \times 8.2 = 110.7$.

هـ) $1.35 \times 8.2 =$

الشرح: العامل الأوّل أصغر 100 مرّة من العامل الأوّل في التمرين المحلول، والعامل الثاني أصغر 10 مرّات من العامل الثاني في التمرين المحلول. القسمة على 100، ثم القسمة على 10، معناها القسمة على 1,000. لذلك تكون نتيجة التمرين أصغر 1,000 مرّة من نتيجة التمرين المحلول. أي أن: $1.35 \times 8.2 = 11.07$.

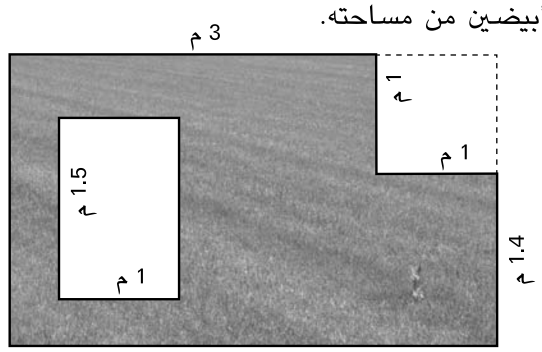
و) $0.135 \times 82 =$

الشرح: العامل الثاني يساوي العامل الثاني في التمرين المحلول، بينما العامل الأوّل أصغر 1,000 مرّة من العامل الأوّل في التمرين المحلول. لذلك تكون نتيجة التمرين أصغر 1,000 مرّة. أي أن: $0.135 \times 82 = 11.07$.

كما ذكرنا في فعاليات سابقة من هذا النوع، مهم إجراء نقاش صفّي في أعقاب الفعالية، ومهم أن يتمرّس التلاميذ بأنفسهم كلاميًا في الشرح الملائم. القدرة على صياغة شرح من هذا النوع مهمّة من أجل تطوير قدرة التلاميذ على تعليل العمليات الرياضية التي يقومون بها.

الفعالية 5

في هذه الفعالية نتناول حساب مساحات حدائق كتطبيق لحلّ تمارين ضرب في الأعداد العشرية.
الحديقة د هي أكثر الحدائق المعطاة تركيبًا. إحدى طرق حساب مساحتها هي إكمالها إلى مستطيل، ثم طرح مساحتَي القسمين الأبيضين من مساحته.



بهذه الطريقة نحصل على مستطيل، طولا ضلعين متجاورين فيه هما 4 م وَ 2.4 م. مساحة المستطيل الكامل هي 9.6 م^2:

$$4 \times 2.4 = 4 \times (2 + 0.4) = 4 \times 2 + 4 \times 0.4 = 9.6$$

من هذه المساحة يجب أن نطرح مساحتَي المستطيلين الأبيضين:

$$9.6 - (1 \times 1.5 + 1 \times 1) = 7.1$$

أي أن مساحة الحديقة د هي 7.1 م^2.

الصفحتان 111-112

الفعاليات الموجودة في هاتين الصفحتين مرتبطة بالتعميمين اللذين توصّلنا إليهما في الصفحة 106:

– عندما نضرب عددًا معطى في عدد أكبر من 1، تكون النتيجة أكبر من العدد المعطى.
– عندما نضرب عددًا معطى في عدد أصغر من 1، تكون النتيجة أصغر من العدد المعطى.

الصفحة 112 الفعالية 9

في هذه الفعالية يحسب التلاميذ "بالتقريب" نتائج تمارين ضرب في الأعداد العشرية.
المقصود أن يقرّب التلاميذ العاملَين في التمرين إلى عددين صحيحين، ثم يضربونهما، وبحسب مقدار حاصل ضرب الصحيحين يستطيعون تحديد مكان النقطة العشرية بدقّة.

مثالان من الفعالية:

أ) 10.08×5 504

$10 \approx 10.08$ بالتقدير نحسب بالتقريب: $10 \times 5 = 50$.

من هنا: $10.08 \times 5 = 50.4$

ب) 3.02×21.4 64628

$21 \approx 21.4$ و-$3 \approx 3.02$ بالتقدير نحسب بالتقريب: $3 \times 21 = 63$.

من هنا: $3.02 \times 21.4 = 64.628$

اقتراح لفعالية أخرى للعمل بأزواج

يكتب كل تلميذ أربعة تمارين ضرب في الأعداد العشرية، يحلّها بواسطة الحاسبة ويمحو النقاط العشرية في النتائج. على زميله أن يجد الأماكن الصحيحة للنقاط العشرية في النتائج.

الصفحات 113–115: ضرب الأعداد العشرية عموديًا

في هذه الصفحات نتعلّم كيفية حلّ تمارين الضرب في الأعداد العشرية بواسطة الخوارزمية المتّبعة للضرب العمودي.
طريقة الحلّ: لتمرين الضرب المطلوب حلّه في الأعداد العشرية، نكتب تمرينًا ملائمًا في الأعداد الصحيحة – وهو، في الواقع، التمرين الناتج من محو النقطتين العشريتين في العددين العشريين.
في المرحلة التالية يجب تحديد المكان الملائم للنقطة العشرية في النتيجة.

مثال:

التمرين: $12.05 \times 7.3 =$

نكتب عموديًا التمرين بدون النقطتين العشريتين (التمرين في الأعداد الصحيحة)، ثم نحلّه بحسب الخوارزمية المتّبعة للضرب العمودي:

$$\begin{array}{r} 1205 \\ \times \quad 73 \\ \hline 3615 \\ + \; 8435 \\ \hline 87965 \end{array}$$

يمكن تحديد مكان النقطة العشرية في النتيجة بعدّة طرق:

أ. كبّرنا العامل الأوّل 100 مرّة وكبّرنا العامل الثاني 10 مرّات، ولذلك تصبح النتيجة أكبر 1000 مرّة.
من هنا، الحلّ هو: $12.05 \times 7.3 = 87.965$

ب. من الطريقة السابقة يمكن أن نستخلص "الخوارزمية" المتّبعة في تحديد مكان النقطة العشرية: نعدّ في التمرين كم هو عدد الأرقام الموجودة بعد النقطتين العشريتين للعاملَين معًا (في هذه الحالة – ثلاثة أرقام) – من هنا سيكون في النتيجة ثلاثة أرقام بعد النقطة العشرية. لذلك، إذا كان حاصل الضرب في الأعداد الصحيحة هو 87965، فإن نتيجة التمرين الأصلي ستكون: 87.965.
هذه الطريقة قد تسبّب بلبلة في حالات معيّنة (مثلًا، عند وجود أصفار في النتيجة)، ولذلك لا نوصي بتعليمها في هذه المرحلة.

ج. بواسطة التقدير: نحلّ التمرين الأصلي بتقديره بأعداد صحيحة. في هذا المثال، عندما نقرّب العاملَين إلى عددين صحيحين، نحصل على التمرين: $7 \times 12 = 84$، وهذا يعني أن النتيجة في الأعداد الصحيحة مكوّنة من رقمين، ومن هنا نستنتج أن النقطة العشرية يُحدَّد مكانها على هذا النحو: 87.965

الصفحة 113 الفعالية 3، الصفحة 114 الفعالية 4

في هاتين الفعاليتين يحلّ التلاميذ تمارين ضرب في الأعداد العشرية عموديًا بحسب القواعد التي تعلّموها. **في الفعالية 3** يحلّون، وبعد ذلك يفحصون النتيجة بالتقدير. **في الفعالية 4** يقدّرون النتيجة. هناك أهمية للتمرّس في تقدير النتيجة، لكي يحسّ التلاميذ بمقدار الأعداد التي يتناولونها، ولكي لا يتحوّل تناول عملية الضرب وتحديد مكان النقطة العشرية أمرًا تقنيًا فقط. نعطي هنا مثالًا يوضّح كيف يستطيع التلاميذ أن يفحصوا هل نتيجة التمرين الناتجة عن حلّه هي حقًا نتيجة منطقية.

التمرين أ في الفعالية 3:

$$\begin{array}{r} 41.2 \\ \times\quad 31 \\ \hline \end{array}$$

شرح ممكن:

العددان الصحيحان المضروبان هما 31 × 41. $41 \times 31 \approx 40 \times 30$، ولذلك نتيجة التمرين يجب أن تساوي بالتقريب 1200. بما أن العاملَين أكبر بقليل من 40×30، فمعنى ذلك أن نتيجة التمرين ستكون أكبر قليلًا من 1200. حلّ التمرين في الأعداد الصحيحة هو 12,772.

التلاميذ الذين يقومون بالفحص بهذه الطريقة، باستطاعتهم أن يعرفوا أنه من المنطقي تحديد مكان النقطة العشرية في النتيجة على هذا النحو: 1,277.2.

اقتراح لفعالية تمهيدية للصفحة 114 الفعالية 4

نطلب من التلاميذ أن يمعنوا النظر في التمارين المعروضة في الفعالية 4 (الصفحة 114)، وأن يجيبوا عن هذه الأسئلة بدون أن يحلّوا التمارين:

– لأي تمرين منها توجد أكبر نتيجة؟ كيف عرفتم ذلك؟
– لأي تمرين منها توجد أصغر نتيجة؟ كيف عرفتم ذلك؟
– لأي تمرين منها توجد نتيجة أصغر من 1؟ كيف عرفتم ذلك؟

يعلّل التلاميذ اقتراحاتهم مستخدمين المفاهيم والأفكار التي تعلّموها.

التمرين الذي له أكبر نتيجة هو التمرين **و**.

او $\begin{array}{r} 150.4 \\ \times\quad 3.3 \\ \hline \end{array}$

الشرح: إذا قرّبنا العاملَين في التمرين، نحصل على تمرين نتيجته أكبر من 450 (3 × 150).

هناك تمرينان آخران قد يتحيّر فيهما التلاميذ وهما: التمرين **ج** والتمرين **ح**. لذلك نفحص نتيجة كل منهما ونقارنها بنتيجة التمرين **و**.

اج $\begin{array}{r} 223 \\ \times\quad 0.51 \\ \hline \end{array}$

في التمرين **ج**، صحيح أن أحد العاملَين مكوّن من ثلاثة أرقام وهو أكبر من نظيره في البند **و**، ولكنه مضروب في عدد أصغر من 1. لذلك تكون نتيجة هذا التمرين أصغر من العامل المكوّن من ثلاثة أرقام في التمرين.

إذا أمعنا النظر في العامل الأصغر من 1، نرى أنه 0.51، أي قريب من 0.5. من هنا، ستكون نتيجة التمرين قريبة من نصف العامل المكوَّن من ثلاثة أرقام، أي حوالى 110.

إذا أمعنا النظر في التمرين **ح**، سنلاحظ أن حاصل الضرب فيه أكبر قليلًا من 240 (12 × 20).

اح $\begin{array}{r} 12.5 \\ \times\quad 20.5 \\ \hline \end{array}$

التمرين الذي له أصغر نتيجة هو التمرين **د**، الذي فيه كل واحد من العاملَين أصغر من 1.

اد $\begin{array}{r} 0.17 \\ \times\quad 0.9 \\ \hline \end{array}$

في التمرين **ز** أيضًا، كل واحد من العاملَين أصغر من 1، ولكننا نلاحظ أن أحدهما (0.9) يساوي نظيره في التمرين **د**، بينما العامل الآخر فيه أكبر من نظيره في التمرين **د**. لذلك، تكون نتيجة التمرين **د** هي الأصغر.

از $\begin{array}{r} 0.72 \\ \times\quad 0.9 \\ \hline \end{array}$

الصفحة 115

الفعالية 6

في هذه الفعالية يوجد تطبيق للخوارزميات الثلاث الخاصّة بحلّ تمارين في الأعداد العشرية، عُلّمت حتى الآن: خوارزمية الجمع العمودي وخوارزمية الطرح العمودي، اللتين عُلّمتا في الصف الخامس، وخوارزمية الضرب العمودي التي عُلّمت في الوحدة الحالية.
مهم التأكيد من أن التلاميذ يجيدون الجمع والطرح العموديين، وإذا دعت الحاجة – نزيد من تدريبهم.

الفعالية 7

في هذه الفعالية يوجد تطبيق لما عُلّم في الوحدتين السابقتين (الضرب في عدد أكبر من 1 يكبّر، والضرب في عدد أصغر من 1 يصغّر) وتدريب على الخوارزمية الجديدة التي عُلّمت للتّو، والخاصّة بحلّ تمارين ضرب في الأعداد العشرية عموديًا.

اقتراح لفعالية أخرى

يمكن بناء أوراق عمل من التمارين التي يبتكرها التلاميذ. سيكون لطيفًا، بالطبع، مكافأة التلاميذ، ولو معنويًا، على التمارين التي ابتكروها (مثلًا، "تمرين ليلى").

الفعالية 8

لحلّ هذه الفعالية على التلاميذ أن يستخدموا معلوماتهم الهندسية.
من المفروض أن يعرفوا ويفهموا هذه المفاهيم:
متعدّد السطوح – جسم ثلاثي الأبعاد مبني من مضلّعات فقط.
الصندوق – متعدّد سطوح كل وجوهه مستطيلات.
المكعّب – متعدّد سطوح كل وجوهه مربّعات متطابقة.
الحجم – قياس حيِّز الفراغ الذي يحتلّه الجسم، أو هو "سعة" الجسم فيما لو كان أجوف ويمكن ملؤه.
انتشار الجسم – هو الشكل المستوي الناتج عن قصّ الغلاف الخارجي للجسم ونشره على المستوي.
مساحة غلاف الجسم – مساحة انتشار الجسم.

لحلّ هذه الفعالية على التلاميذ أن يعرفوا أيضًا **قواعد حساب الحجم**:
حجم المكعّب: إذا كان a هو طول ضلع المكعّب، فإن قاعدة حساب حجمه هي $a \times a \times a$.
حجم الصندوق: إذا كان a، b، c هي أطوال أضلاع الصندوق، فإن قاعدة حساب حجمه هي $a \times b \times c$.
مساحة غلاف الصندوق: لحساب مساحة غلاف الصندوق، نحسب مساحة كل وجه من وجوهه، ثم نجمع مساحات وجوهه الستّة.
مساحة غلاف المكعّب: إذا كان a هو طول ضلع المكعّب، فإن قاعدة حساب أحد وجوهه هي $a \times a$، ولذلك فإن قاعدة حساب غلاف المكعّب هي $6 \times a \times a$.

نتناول في بداية الموضوعة حلّ تمارين بأعداد "معروفة" **غيبًا**، ونعتمد في القسمة على معنى عملية القسمة وعلى معرفة التلاميذ الفطرية.
كما ذكرنا، لعملية القسمة يوجد معنيان: القسمة إلى أقسام والقسمة على الاحتواء.
في القسمة إلى أقسام: معطاة الكمية المقسومة ومعطى إلى كم قسم يجب تقسيمها، والهدف هو إيجاد الكمية الملائمة لكل قسم.
مثال: وُزّعت كمية 3.6 كغم من الكعك بالتساوي على 3 صفوف. على كم كغم من الكعك حصل كل صف؟
الجواب: حصل كل صف على 1.2 كغم من الكعك.

في القسمة على الاحتواء: معطاة الكمية المقسومة، ومعطى كم يوجد في كل قسم، والهدف هو أن نجد إلى كم قسم قُسّمت الكمية.
مثال: حصل كل صف على 1.2 كغم من الكعك، بعد أن وُزّعت بالتساوي كمية 3.6 كغم من الكعك على كل الصفوف. على كم صف وُزّع الكعك؟
الجواب: وُزّع الكعك على 3 صفوف.

نعتمد في تعليم حلّ تمارين القسمة في الأعداد العشرية على القسمة العمودية.
لذلك، بعد مرحلة الحلّ غيبًا، نراجع القسمة العمودية في الأعداد الطبيعية: في البداية نكتب الباقي وبعد ذلك نتعلّم كيف نقسم الباقي أيضًا.
تدريس القسمة يعتمد على معرفة مبادئ المبنى العشري، وأن كل عدد عشري يمكن تبديله بقِيَم أصغر.
مثلًا، العدد 3.2 هو 3 آحاد وَ 2 أعشار، أو 32 عُشرًا.
فعلى سبيل المثال، إذا أردنا أن نقسم 3.2 على 8، يمكن تبديل 3.2 بـ 32 عُشرًا لكي يسهل تنفيذ القسمة على 8. النتيجة هي 4 أعشار، أي أن النتيجة هي 0.4.

في المرحلة الأولى يتعلّم التلاميذ قسمة أعداد عشرية على أعداد صحيحة (انظروا الصفحة 124 في كتاب التعليم.)
في مرحلة متقدّمة أكثر، يتعلّمون قسمة عدد عشري على عدد عشري.
في تمرين قسمة عدد عشري على عدد عشري، يتعلّم التلاميذ ملاءمة تمرين مكافئ له تكون القسمة فيه على عدد صحيح.
تعتمد هذه الملاءمة على المبدأ الذي ينص على أن نتيجة تمرين القسمة لا تتغيّر إذا كبّرنا العدد المقسوم والمقسوم عليه نفس العدد من المرّات. وكذلك، لا تتغيّر نتيجة تمرين القسمة حتى إذا قسمنا المقسوم عليه والمقسوم على نفس العدد.
يمكن النظر إلى هذا المبدأ من منطلق المفهومين توسيع الكسور واختزال الكسور.
هذا المبدأ صحيح لكل عامل نضرب فيه أو نقسم عليه، ولكن من الأسهل أن نضرب في أو نقسم على 10، أو في/على 100، أو في/على 1000، بحسب مقدار المقسوم عليه.
سيرورة قسمة عدد عشري على عدد عشري تُعرض على التلاميذ في الصفحة 132 في كتاب التعليم، من خلال المثال: $12.25 : 0.5 =$.
لحلّ هذا التمرين نكتب تمرينًا آخر له نتيجة مساوية، لكن المقسوم عليه فيه هو عدد صحيح – نضرب المقسوم عليه والمقسوم في 10 ونحصل على التمرين: $12.25 : 0.5 = 122.5 : 5$.
هذا هو تمرين تعلّم التلاميذ كيف يحلّونه من قبل.

يتناول هذا الفصل موضوعة أخرى: تمثيل كسر بسيط بالكتابة العشرية. حتى الآن تعلّم التلاميذ كيف يكتبون كسورًا بالكتابة العشرية بواسطة توسيع الكسر المعطى إلى كسر مقامه 10، 100، 1000، إلخ (قوى العدد 10) – والكسر الموسَّع الناتج يمكن كتابته كعدد عشري.
أما الآن، فهم يتعلّمون تمثيل الكسر البسيط كعدد عشري بقسمة البسط على المقام بواسطة خوارزمية القسمة العمودية.

ملاحظات عن فعاليات في كتاب التعليم – الوحدة د

الصفحات 116–119: الحساب غيبًا

الهدف في هذه الصفحات هو تعليم التلاميذ أن يحلّوا غيبًا تمارين بأعداد سهلة. هذه الموضوعة مهمة لأن تلاميذ كثيرين يبدأون فورًا بحلّ كل تمرين بواسطة الخوارزميات المعروفة، حتى إذا كان التمرين سهلًا جدًا، بدون أن يمعنوا النظر في البداية في التمرين وفحص إذا كان بالإمكان حلّه بطريقة أخرى.
بكلمات أخرى: لا يعملون تبصرًا عدديًا.
في هذه الوحدة توجد أيضًا مراجعة لمعنيَي عملية القسمة: القسمة إلى أقسام والقسمة على الاحتواء (كما أشرنا بتوسّع في مدخل هذا الفصل).

فعالية تمهيدية

يمكن أن نستهل الموضوعة بكل مسألة يتطلّب حلّها قسمة عدد عشري على عدد صحيح أو على عدد عشري "سهل" (نرى فيه بسهولة العلاقة بين العددين).

مثال:

وُزّعت كمية 4.8 كغم من الجوز على رزَم، في كل منها 1.2 كغم من الجوز.
على كم رزمة وُزّعت هذه الكمية من الجوز؟

إذا لم تخطر في بال التلاميذ أيّة فكرة للحلّ، يمكن أن نعطيهم إرشادًا بواسطة هذا السؤال:
كم مرّة يوجد 1.2 كغم في 4.8 كغم؟

في حالات معيّنة يمكن أن نقترح على التلاميذ أن يحلّوا على مراحل.
مثال: لحلّ التمرين 0.25 : 3 يمكن أن نقترح عليهم أن يفحصوا في البداية كم مرّة "يدخل" العدد 0.25 في 1 – الجواب هو 4. من هنا، عدد المرّات التي "يدخل" فيها العدد 0.25 في العدد 3 هو 12.
المعنى الرياضي للتوزيع إلى أقسام هو بالطبع استخدام قانون التوزيع، أي:

$3 : 0.25 = (1 + 1 + 1) : 0.25 = 4 + 4 + 4 = 12$

استخدام قانون التوزيع سهل، خاصةً إذا كانت القسمة على عدد صحيح، مثلًا:

$312.6 : 3 = (300 + 12 + 0.6) : 3 = 100 + 4 + 0.2 = 104.2$

طريقة أخرى يمكن اقتراحها على التلاميذ، هي الفرط إلى قيَم أصغر. مثلًا:
في التمرين 5 : 3.5 يمكن أن نتعامل معه على أنه قسمة 35 عُشرًا على 5. الجواب: 7 أعشار، أي 0.7.

في هذه الوحدة هناك مجموعة من التمارين التي يستطيع التلاميذ حلّها غيبًا، وهناك أسئلة يتطلّب حلّها حلّ تمارين قسمة.
إذا وُجد في الصف تلاميذ يستصعبون الحلّ غيبًا، يمكن الانتقال معهم إلى تتمة الفصل، حيث يتعلّمون الخوارزميات. قد يتمكّن هؤلاء التلاميذ من الرجوع إلى الفعاليات المطلوب حلّها غيبًا لاحقًا، بعد أن يتمكّنوا من العمليات في الأعداد العشرية بواسطة الخوارزميات.

الصفحة 117 الفعالية 4

قبل أن يبدأ التلاميذ بحلّ التمارين خطّيًا، يفضّل أن نطلب منهم أن يمعنوا النظر في التمارين، وأن يحاولوا تشخيص التمارين التي باستطاعتهم أن يحلّوها غيبًا. في النقاش الذي يجري في الصف، ستكون هناك بالطبع آراء مختلفة. ليس باستطاعة كل التلاميذ أن يحلّوا نفس التمارين غيبًا، وحتى نحن لا نتوقّع من جميعهم أن يتوصّلوا إلى ذلك. مع ذلك يوصى بأن تصلهم الرسالة بسهولة وأهمية الحلّ غيبًا – كل تلميذ بحسب قدرته. باقي التمارين يحلّها التلاميذ بالطرق المقترَحة في الصفحة 117.

لأجل الحساب غيبًا، باستطاعة التلاميذ أن يستعينوا بأسئلة موجّهة كهذين المثالَين:

التمرين ب: $5 : 0.2 =$

كم مرّة "يدخل" العدد 0.2 في العدد 1؟ كم مرّة "يدخل" العدد 0.2 في العدد 5؟

التمرين ي ج: $2.18 : 2 =$

كم يساوي تقسيم 0.18، أي $\frac{18}{100}$، إلى قسمين متساويين؟ الجواب يجب أن يكون هكذا: $\frac{18}{100} : 2 = \frac{9}{100}$.
لذلك، $2.18 : 2 = 1.09$. اخترنا هذا المثال بالذات، لأن بعض التلاميذ قد يقعون في الخطأ عندما يحلّون هذا التمرين، خاصةً عندما يحلّونه غيبًا، فيقومون بقسمة العددين الصحيحين:
$18 : 2 = 9 \quad 2 : 2 = 1$.
لذلك يحلّون **خطأً**: $2.18 : 2 = 1.9$. في مثل هذه الحالة يجب لفت انتباه التلاميذ إلى أن الحديث هنا هو عن 18 جزءًا من مئة، ولس عن 18 عُشرًا. واضح، بالطبع، أنه يمكن فحص صحّة الحلّ بواسطة تمرين ضرب.

الصفحة 119

المسألة 7

أ. الحساب: $312.6 : 3 = 104.2$
الجواب: مساحة قاعدة الصندوق هي 104.2 سم^2.
ب. الحساب: $104.2 : 4 = 26.05$
الجواب: طول الضلع الآخر لقاعدة الصندوق هو 26.05 سم.

المسألة 8

من السهل حلّ المسألة 8 بواسطة جدول ملاءمة.
لحساب المسافة التي يقطعها القطار في 3 دقائق، يجب أن نقسم المسافة التي يقطعها في 6 دقائق على 2. يمكن رؤية العلاقات الضربية بسهولة في جدول الملاءمة. لهذا السبب، يكون الجواب **عن السؤال أ** هو: $6.12 : 2 = 3.06$ ، أي: 3.06 كم.
إذا استمررنا وملأنا الجدول بمعطيات السؤال ب، نجد مرّة أخرى العلاقات بين الأسطر. لهذا السبب يكون الجواب **عن السؤال ب** هو: $6.12 : 3 = 2.04$ ، أي: 2.04 كم.

المسافة بالكم	الزمن بالدقائق
6.12	6
3.06	3
2.04	2
4.08	4

:2 :3 ×2

للإجابة عن **السؤال ج**، يمكن استخدام الجواب الذي حصلنا عليه في البند ب: إذا أصبح معلومًا أن القطار يقطع في دقيقتين مسافة 2.04 كم، لذلك سيقطع القطار مسافة 4.08 كم في زمن أكبر مرّتين من هذا الزمن، أي في 4 دقائق.

قد يفضّل بعض التلاميذ أن يجدوا في البداية المسافة التي يقطعها القطار في دقيقة واحدة، ويحسبوا ذلك هكذا:
$6.12 : 6 = 1.02$ أي أن القطار يقطع في دقيقة واحدة مسافة 1.02 كم.
بعد ذلك يضربون هذه المسافة في الزمن المطلوب في كل سؤال.

المسافة بالكم	الزمن بالدقائق
6.12	6
1.02	1

:6

انتبهوا، في هذا الجدول يمكن بسهولة أيضًا رؤية العلاقات الضربية بين العمودين.

× 1.02

المسافة بالكم	الزمن بالدقائق
6.12	6
1.02	1

الفعالية 11

على الرغم من أن هذه الفعالية هي فعالية تحدٍّ، يمكن أن تكون فعالية بحث في مجموعات، يجري في نهايتها نقاش صفّي تُطرح فيه مثل هذه الأسئلة:

- بأي طريقة أكملتم الجدول؟
- أي حلول مختلفة وجدتم؟
- هل نجحتم في إيجاد طريقة منهجية لإكمال الجدول؟ إذا نعم – ما هي؟
- هل يمكن إيجاد علاقات بين العوامل (في هامشَي الجدول) وحاصل جمع العددين (في الجدول)؟ ما هي؟

هذه حلول ممكنة لإكمال الجدول:

×	0.4	0.6
3	1.2	1.8

×	0.3	0.3
5	1.5	1.5

×	4	2
0.5	2	1

×	8	7
0.2	1.6	1.4

طريقة منهجية لإكمال الجدول هي أن نختار عددين حاصل ضربهما 3، ثم نقوم بتوزيع أحدهما.

مثال: $3 = 10 \times 0.3 = 10 \times (0.17 + 0.13)$

من هنا، يمكن إكمال الجدول هكذا:

×	0.17	0.13
10		

الصفحات 120–123: تمهيدًا للقسمة عموديًا

موضوعة "القسمة عموديًا" تعلّمها التلاميذ بالتفصيل في الصف الرابع. فقد راجعوا فعاليات ملائمة لهذه الموضوعة في فصول الأعداد الطبيعية في الصف الخامس، وفي بداية الصف السادس.

في هذه الوحدة نعود إلى هذه الموضوعة، لأنها ضرورية لتعليم خوارزمية قسمة الأعداد العشرية. في البداية يتمرّس التلاميذ في تمارين قسمة لا يوجد في نتيجتها باقٍ، وبعد ذلك يراجعون أيضًا تمارين يوجد في نتيجتها باقٍ. هذا التمييز جاء ليؤكّد أننا في الانتقال إلى القسمة التي نتيجتها هي عدد عشري، نستمرّ أيضاً بقسمة الباقي.

لكن، قبل الانتقال إلى القسمة التي نقسم فيها الباقي أيضًا، نستوضح في أي حالات في الواقع هناك داعٍ للاستمرار في القسمة.

الصفحة 123 الفعالية 5

في المسألة أ لا يوجد أي داعٍ لتوزيع ما تبقّى من البالونات بعد توزيع البالونات الكاملة. أي أنه يوجد باقٍ، وهو بالون واحد.
علىً هذا النحو، **في المسألة ج** لا يمكن ترتيب جزء من الكتاب. لذلك، يوجد في هذه المسألة أيضًا باقٍ (كتابان). مقابل ذلك، هناك داعٍ لقسمة الباقي **في المسألتين ب وَ د،** لأنهما تتناولان القياسات، ولذلك يمكن قبول الجواب 4.2 م كجواب عن المسألة ب، وقبول 2.4 كجواب عن المسألة د.

إجراء النقاش في هذه المسائل غايته التأكيد على الفرق بين الحالات التي يوجد فيها معنى للباقي، كالحالات التي نتناول فيها أجسامًا منفردة لا يمكن تجزئتها، والحالات التي نتناول فيها القياسات التي يمكن فيها التحدّث عن أجزاء الوحدة.

الصفحات 124–128: قسمة عدد عشري على عدد صحيح

الهدف المركزي في هذه الوحدة هو تنفيذ عملية القسمة بحسب خوارزمية.
تستهلّ الوحدة بمثال محلول. نوصي بأن تبدأ الحصّة ببضعة أمثلة يقدّمها المعلم للتلاميذ على اللوح، ويحلّها معهم على مراحل. في كل مرحلة مهم جدًا إجراء نقاش في العملية، وتوجيه أسئلة موجّهة للتلاميذ كهذين السؤالين:

– ماذا نقسم في هذه المرحلة؟ (نتوقّع جوابًا من هذا النوع: رقم الآحاد. لا نستطيع أن نقسم رقم العشرات، ولذلك نفرطها إلى آحاد ونقسم الآحاد)
– ماذا نفعل عندما ننتهي من قسمة الصحيحين؟ (نتوقّع كجواب: نضع نقطة لكي نشير إلى أننا انتقلنا إلى الجزء الكسري من العدد).

تنتهي سيرورة الحلّ عندما نصل إلى مرحلة فيها الباقي هو 0.
نفحص النتيجة بواسطة تمرين ضرب.

الصفحة 125 الفعالية 2

في هذه الفعالية نواجه تمارين قسمة، الباقي فيها هو من آحاد نبدّلها بأعشار.
حلّ التلاميذ في الماضي مثل هذا التمرين 245 : 2 الذي في نتيجته يوجد باقٍ (1). هنا، سيستمرّون أيضًا في قسمة الباقي. هذا الأمر يصبح ممكنًا عندما نبدّل الوحدة المتبقّية بـ10 أعشار.
التمرين 135 : 4 أيضًا، حلّه التلاميذ في الماضي كتمرين يوجد في نتيجته باقٍ (3). هنا، سيستمرّون أيضًا في قسمة الباقي. هذا الأمر يصبح ممكنًا عندما نبدّل 3 الآحاد المتبقّية بـ30 عُشرًا، ونستمرّ في قسمة الباقي أيضًا.

مئات	عشرات	آحاد	أعشار	أجزاء من مئة	
	3	3.	7	5	
1	3	5.	0	4	
1	2				
	1	5			
	1	2			
		3	**0**		
		2	8		
			2	0	
			2	0	
				0	

الآحاد الـ3 المتبقّية بعد قسمة الأعداد الصحيحة، نبدّلها بـ30 عُشرًا يمكن الاستمرار في قسمتها على 4.

الصفحة 126 الفعالية 5

في هذه الوحدة نلفت انتباه التلاميذ إلى أهمية إيجاد المكان الصحيح للنقطة العشرية في النتيجة.
هذه الفعالية أعدّت لهذا الغرض، عُرضت فيها حلول عدّة تلاميذ.
الحلّ الوحيد الصحيح هو 3.91.
يمكن أن نشخّص كون هذا الحلّ هو الصحيح بالحساب التقريبي أيضًا:
$27.37 : 7 \approx 27 : 7 \approx 4$
باقي النتائج أكبر منه. نطلب من التلاميذ محاولة تحديد ما هو مصدر النتائج الخاطئة.
أجوبة ممكنة:
- لم يضعوا النقطة العشرية في مكانها.
- في نتيجة القسمة لم يكتبوا الأرقام في منازلها الصحيحة.
- لم يضعوا نقطة عشرية بتاتًا، أي أنهم حلّوا تمرين قسمة في الأعداد الصحيحة.

مهم أن نطلب من التلاميذ أن يقدّروا (باستخدام التقريب) نتائج التمارين التي يقومون بحلّها – هذه إحدى وسائل مراقبة الحساب في تمارين القسمة في الأعداد العشرية.

الصفحة 127 الفعالية 6

هنا، ولأوّل مرّة، يواجه التلاميذ تمارين قسمة، المقسوم فيها أصغر من المقسوم عليه – تبدأ نتيجة التمرين بالرقم 0 وتليه النقطة العشرية (.0).
بعض هذه التمارين حلّها التلاميذ عندما تعلّموا قسمة عددين صحيحين بمفهوم الكسر كحاصل قسمة عدد من صحيحين. مثلًا:

ط) $3 : 8 =$ ح) $5 : 20 =$ ز) $3 : 4 =$

هنا يتعلّم التلاميذ أن مثل هذه التمارين يمكن قسمتها عموديًا أيضًا والحصول على نتيجة هي عدد عشري.

الصفحة 128 الفعالية 8

نتناول في هذه الفعالية تقدير النتائج بدون حلّ التمارين، والتلاميذ مطالبون بتقدير ما يأتي:
- نتائج أي تمارين تساوي بالتقريب 1؟
- نتائج أي تمارين تساوي بالتقريب 10؟
- نتائج أي تمارين تساوي بالتقريب 100؟

يوصى بعرض تمارين هذه الفعالية على التلاميذ، أو أي تمارين مشابهة، ونطلب منهم أن يقدّروا نتائج التمارين. يجب ألّا نكتفي بالتقدير الذي يختاره التلاميذ، وإنما يجب أن نطلب منهم أيضًا أن يشرحوا أسباب هذا الاختيار.

التمرين أ: $3.45 : 4 =$

العدد المقسوم أصغر قليلًا من المقسوم عليه. أي أن العدد 4 "يدخل" تقريبًا مرّة واحدة في العدد 3.45.
لذلك تكون نتيجة التمرين هي بالتقريب 1.

التمرين ب: $34.5 : 4 =$

العدد 34.5 يساوي بالتقريب 40. بما أن $40 : 4 = 10$ ، تكون نتيجة التمرين هي بالتقريب 10.

التمرين هـ: $202.25 : 20 =$

$202.25 \approx 200$ $200 : 20 = 10$ ، لذلك تكون نتيجة التميرين هي بالتقريب 10.

يمكن أن نطلب من التلاميذ أن يفحصوا كل واحد من التمارين بواسطة تمرين ضرب ملائم في 1، في 10 أو في 100، من باب الرقابة.

الصفحتان 129–130: تمهيدًا للمساواة بين نتائج التمارين

العلاقات الممكنة بين التمارين المختلفة عُلّمت على مدار كل سنوات التعليم.
في هاتين الصفحتين نجري مراجعة لهذه الأفكار، كمقدّمة لإجراء تغيير على تمرين معطى بهدف تحويله إلى تمرين حلّه أسهل.
الهدف هو تحضير التلاميذ إلى طريقة حلّ تمرين قسمة عدد عشري على عدد عشري. لحلّ تمرين من هذا النوع نكبّر العدد المقسوم والمقسوم عليه في نفس العدد من المرّات لكي يحصل التلاميذ على تمرين تعلّموا حلّه من قبل – قسمة عدد صحيح على عدد صحيح.

في البداية نتناول المساواة بين نتائج التمارين، حين تتغيّر بعض مركّباتها.
من خلال تمرّس التلاميذ مهم توجيههم بهدف أن يتوصّلوا إلى التعميمات الآتية:
- في تمرين **الجمع**، لا يتغيّر حاصل الجمع إذا كَبُر أحد المضافَين بعدد معطى، وصَغُر المضاف الآخر بنفس العدد.
- في تمرين **الطرح**، لا يتغيّر الفرق إذا كَبُر العدد المطروح والمطروح منه بنفس العدد، أو إذا صَغُر كلّ منهما بنفس العدد.
- في تمرين **الضرب**، لا يتغيّر حاصل الضرب إذا كَبُر أحد العاملَين عددًا معيّنًا من المرّات، وصَغُر المضاف الآخر نفس العدد من المرّات.
- في تمرين **القسمة**، لا يتغيّر حاصل القسمة إذا كَبُر المقسوم عليه والمقسوم نفس العدد من المرّات، أو إذا صَغُر المقسوم عليه والمقسوم نفس العدد من المرّات. (يمكن النظر إلى هذا الأمر أيضًا على أنه توسيع أو اختزال للكسر المعطى.)

يمكن البدء بتعليم الموضوعة بالفعاليات الموجودة في كتاب التعليم وتوسيعها إذا دعت الحاجة، أو كتابة فعاليات موازية تمهيدًا للنقاش الصفّي.

هناك صفوف أو مجموعات من التلاميذ الذين يمكن توسيع هذا المجال لهم من خلال توسيع الهدف العام لفعاليات تطوّر التبصّر العددي، لا يتمثّل هذا التوسيع فقط في إيجاد حالات تتساوى فيها نتيجتا تمرينين، وإنما أيضًا في فعاليات يعتمد فيها حلّ التمرين على حلّ تمرين آخر.
مثال:
معطى: $42 \times 17 = 714$. اعتمدوا على حلّ هذا التمرين وحلّوا التمرين 21×17 .
نتوقّع من التلاميذ أن يعرفوا أنه بما أن أحد العاملَين في التمرين أصغر مرّتين من نظيره في التمرين المحلول، فإن نتيجته ستكون أيضًا أصغر مرّتين من نتيجة التمرين المحلول، ولذلك:
$21 \times 17 = 357$.

مثال آخر:
معطى: $405 : 27 = 15$. من هنا، يمكن أن نستنتج أن:
$810 : 27 = 30$ ، لأن العدد المقسوم إذا كَبُر مرّتين، تكون النتيجة أيضًا أكبر مرّتين.
$405 : 54 = 7.5$ ، لأن المقسوم عليه إذا كَبُر مرّتين، تكون النتيجة أصغر مرّتين.
$405 : 9 = 45$ ، لأن المقسوم عليه إذا صَغُر 3 مرّات، تكون النتيجة أكبر 3 مرّات.

توسّعنا هنا في الفعاليات المرتبطة بالضرب والقسمة. يمكن كذلك إجراء نقاش موازٍ في فعاليات مرتبطة بالجمع والطرح.
يتمرّس التلاميذ هنا في تشكيلة من الفعاليات، هدفها التمهيد لإجراء التغيير من تمرين قسمة عدد عشري على عدد عشري، إلى تمرين قسمة عدد عشري على عدد صحيح.
الفعاليتان اللتان تُجملان هذه الموضوعة توجّهان بالضبط إلى هذا الهدف. مهم إجراء نقاش مع التلاميذ في هذه التمارين. نفحص بضع حالات.

الصفحة 131

الفعالية 7

البند أ:

325 : 25 = 32.5 : 2.5

التعليل: كل من المقسوم عليه والمقسوم في التمرين الأيمن أكبر 10 مرّات من نظيره في التمرين الأيسر. لذلك، يتساوى حاصلا القسمة.

البند ب:

247.3 : 1 = 24.73 : 0.1

التعليل: كل من المقسوم عليه والمقسوم في التمرين الأيمن أكبر 10 مرّات من نظيره في التمرين الأيسر. لذلك، يتساوى حاصلا القسمة.

البند ج:

7,275 : 75 = 72.75 : 0.75

التعليل: كل من المقسوم عليه والمقسوم في التمرين الأيمن أكبر 100 مرّة من نظيره في التمرين الأيسر. لذلك، يتساوى حاصلا القسمة.

البند د:

25 : 1 ≠ 0.25 : 0.1

التعليل: المقسوم في التمرين الأيمن أكبر 100 مرّة من نظيره في التمرين الأيسر، بينما المقسوم عليه أكبر 10 مرّات. لذلك، نتيجتا التمرينين غير متساويتين.

البند هـ:

1,253 : 5 ≠ 125.3 : 5

التعليل: المقسوم عليه في التمرينين متساوٍ، بينما المقسوم مختلف. لذلك، نتيجتا التمرينين غير متساويتين.

الفعالية 8

البند د:

1,200 : 3 = 12 : 0.03

التعليل: المقسوم عليه في التمرين الأيمن (3) أكبر 100 مرّة من المقسوم عليه في التمرين الأيسر (0.03)، ولذلك على العدد المقسوم أيضًا أن يكون أكبر 100 مرّة (1,200 = 100 × 12).

البند هـ:

125 : 5 = 12.5 : 0.5

التعليل: المقسوم عليه في التمرين الأيمن أكبر 10 مرّات، ولذلك على العدد المقسوم أيضًا أن يكون أكبر 10 مرّات (125 = 10 × 12.5).

الصفحات 132–139: القسمة على عدد عشري

الهدف في هذه الصفحات هو تمكين التلاميذ من مهارة حلّ تمارين قسمة عدد عشري على عدد عشري.
الخوارزمية المتّبعة هي القسمة العمودية التي تمرّس بها التلاميذ على امتداد هذه الوحدة.
تبدأ الموضوعة بقصّة تستدعي الحاجة إلى قسمة عدد على عدد عشري.
في القصّة وصف لسور الصين، ولكي "يحس" التلاميذ بمقدار طوله، قارنّا هذا الطول بطابور من الأشخاص الذين يقفون بأيدٍ مفتوحة الواحد بجوار الآخر من أحد طرفَي السور حتى طرفه الآخر. هذه الطريقة تجعل التلاميذ يشعرون أنهم أقرب إلى إدراك مقدار هذا الطول.
لإيجاد عدد الصينيين يجب أن نقسم 6,000 كم (طول السور) على 1.6 م (وهي طول فتحة يدَي الصيني الواحد).
مهم الانتباه إلى أن حلّ السؤال يتطلّب كتابة تمرين بنفس وحدات القياس. أي يجب تبديل 6000 كم بالأمتار. 6,000,000 م = 6,000 كم (لأن 1 كم = 1000 م).
التمرين الذي بحسبه يمكن الإجابة عن السؤال: 6,000,000 : 1.6 .
الجواب: 3,750,000 صينيًا يجب أن يقفوا الواحد بجانب الآخر، بأيدٍ مفتوحة، من أحد طرفَي السور إلى طرفه الآخر.

قد يتمكّن بعض التلاميذ من تقديم اقتراحات لحلّ المسألة، إلّا أن كثيرين من التلاميذ في هذه المرحلة ستبدو لهم هذه المسألة كأحجية. سيعرفون كيف يجيبون عنها فقط مع اقترابهم من نهاية الوحدة.
يوصى البدء في تعليم هذه الوحدة بحلّ بضعة أمثلة ملائمة على اللوح، بحيث يكون التلاميذ شركاء في سير الحلّ.

المثال الأوّل الذي اختير في هذه الوحدة – **الصفحة 132 في الكتاب** – هو تمرين يستطيع التلاميذ حلّه غيبًا. مثل هذا المثال يتيح للمعلم أن يطلب من التلاميذ، قبل أن يحلّوا، محاولة تقدير النتيجة، وبعد ذلك فقط يحلّون كما هو متّبع، ثم يفحصون مدى ملاءمة النتيجة مع تقديرهم.
بالنسبة للمثال المعطى، باستطاعة التلاميذ أن يعتمدوا في الحلّ على معرفتهم في الكسور البسيطة:

$$12.25 : 0.5 = 12.25 : \frac{1}{2} = 12.25 \times 2 = 24.5$$

بعد أن يحلّ التلاميذ بواسطة خوارزمية القسمة عموديًا، يستطيعون أن يفحصوا مدى ملاءمة حلّهم مع تقديرهم ومدى صحّته.

الصفحة 133 الفعالية 3، الصفحة 134 الفعالية 4

في الفعالية 3 توجد تجميعة من تمارين القسمة المختلفة. بعضها يمكن حلّه غيبًا، ويوصى بحلّ الباقي بحسب خوارزمية القسمة عموديًا.
لهذه الفعاليات هدفان هامّان:

أ. حلّ تمارين غيبًا – لكي لا يعتاد التلاميذ على حلّ كل تمرين عموديًا بشكل فوري وتلقائي، وإنما يُستحسن أن يقفوا ويفكّروا في طرق أخرى من مجمل ما يعرفونه من طرق، قد تكون أسهل، تساعدهم على حلّ التمارين غيبًا. مثلًا، **في التمرين ج** تسهل عملية القسمة إذا لاحظنا أن: $8.3 : 0.1 = 83 : 1 = 83$.

ب. معالجة أحد الأخطاء الشائعة – أن تلاميذ كثيرون يظنون أن "عملية القسمة تصغّر دائمًا" – أي أنهم يظنون عندما يحلّون تمرين قسمة، تكون النتيجة دائمًا أصغر من العدد المقسوم.
واضح أن هذا الادّعاء هو ادّعاء صحيح فقط إذا كان المقسوم عليه عددًا أكبر من 1.
التلاميذ سيتيقّنون أنهم عندما يقسمون على عدد أصغر من 1، ستكون النتيجة أكبر من العدد المقسوم.

في الفعالية 4 يصنّف التلاميذ التمارين التي حلّوها في الفعالية السابقة. من المفروض أن يشخّصوا أن النتيجة في التمارين أ، ب، ج، هـ، ط، ي، ي أ أكبر من العدد المقسوم، بينما النتيجة في التمارين د، و، ز، ح، ي ب أصغر من العدد المقسوم.
بعد تصنيف التمارين يمكن أن نطلب من التلاميذ إضافة تمرين ملائم إلى كل مجموعة:
– تمرين قسمة في الأعداد العشرية نتيجته أكبر من العدد المقسوم
– تمرين قسمة في الأعداد العشرية نتيجته أصغر من العدد المقسوم.
فحص التمارين التي أضافها التلاميذ وإجراء نقاش في البند ج، من شأنه أن يؤدّي إلى التعميم الآتي:
في تمرين قسمة فيه المقسوم عليه هو عدد أكبر من 1، تكون النتيجة أصغر من العدد المقسوم.
في تمرين قسمة فيه المقسوم عليه هو عدد أصغر من 1، تكون النتيجة أكبر من العدد المقسوم.

الصفحة 135 الفعالية 7 – فعالية تحدٍّ

هذه فعالية تحدّ بسبب المفاهيم المطروحة فيها.
في منهج التعليم للصف الرابع، عندما يتعلّم التلاميذ موضوعة حجم الصندوق، يتناولون أيضًا العلاقة بين الوزن والحجم.

– العلاقة بين الوزن والحجم	• يتعرّف التلاميذ على مفهوم **الوزن النوعي** ويحسبون وزن صناديق مصنوعة من مواد مختلفة.

أثناء تعليم الموضوعة في الصف الرابع، كان باستطاعة التلاميذ أن يتناولوا الكثافة (الوزن النوعي) بالتقريب فقط، لأنهم لم يكونوا متمكّنين بعد من العمل في الأعداد العشرية.
هنا، من المناسب مراجعة الموضوعة من الناحية الرياضية (إذا كان التلاميذ يفهمون الموضوعة من الناحية العلمية). المعلمون المهتمّون بمراجعة الموضوعة مع التلاميذ، يمكنهم الاستعانة بالفعاليات الموجودة في الصف الرابع في فصل "الصناديق ومقياس الحجم"، في الصفحتين 103-104، وتناول النواحي الرياضية، ثم توسيع المادة بواسطة كتاب علوم أو من مواقع الإنترنت كموقع متحف العلوم: http://www.mada.org.il/kids/archimedes_ parents.html.

حلول هذه الفعالية:
الصندوق **أ** مصنوع من النحاس.
إذا قسمنا وزن الصندوق على حجمه، نحصل على كثافة المادة الملائمة للنحاس:
$894.45 : 100.5 = 8.9$

الصندوق **ب** مصنوع من الذهب.
لإيجاد الكثافة الملائمة يجب تبديل الوزن المعطى بالكيلوغرامات إلى غرامات.
هكذا نحصل على التمرين: $3860 : 200 = 19.3$

الصندوق **ج** مصنوع من الألومينيوم.
التمرين الملائم: $337.5 : 125 = 2.7$

الصندوق **د** مصنوع من الفضّة.
هنا أيضًا يجب تبديل الوزن بالكيلوغرامات إلى غرامات.
التمرين الملائم: $1872 : 180 = 10.4$

الصندوق **هـ** مصنوع من الحديد.
التمرين الملائم: $390 : 50 = 7.8$

تنتهي الوحدة ببضع فعاليات هدفها توسيع فهم عملية القسمة في الأعداد العشرية.

الصفحة 136

الفعالية 8

يُطلب من التلاميذ إيجاد بضعة تمارين قسمة مبنية كلها من نفس الأرقام. بهذه الطريقة يستطيعون أن يفحصوا كيف يؤثّر على النتيجة في التمرين تكبير أو تصغير كل واحد من الأعداد "المشتركة" بمضاعفات 10، 100 أو 1000.
حلول ممكنة **للبند أ**:
$15 = 30 : 450$ (تكبير المقسوم عليه والمقسوم 10 مرّات)
$15 = 0.3 : 4.5$ (تصغير المقسوم عليه والمقسوم 10 مرّات)
$15 = 0.03 : 0.45$ (تصغير المقسوم عليه والمقسوم 100 مرّة)
$0.15 = 3 : 0.45$ (تصغير المقسوم والنتيجة 100 مرّة)

الفعالية 9

نعالج هنا بتوسّع العلاقة بين تمرين القسمة والنتيجة (حاصل القسمة).
في البند أ: $1 < \_\_ : 3.45$ يمكن إكمال كل عدد أصغر من 3.45.
في البند ب: $10 < \_\_ : 3.45$ يمكن إكمال كل عدد أصغر من 0.345.
في البند ج: $1 > \_\_ : 3.45$ يمكن إكمال كل عدد أكبر من 3.45 .
في البند د: $1 < \_\_ : 0.25$ يمكن إكمال كل عدد أصغر من 0.25.

في البند هـ: 0.25 : ___ > 10 يمكن إكمال كل عدد أصغر من 0.025.

في البند و: 0.25 : ___ > 1 يمكن إكمال كل عدد أكبر من 0.25.

الصفحات 137–139: تطبيقات – تبديل عُملات

في هذه الفعاليات نستعين بجدول تبديل العُملات المختلفة إلى شواقل الموجود في الصفحة 137.

الصفحة 137 الفعالية 1

في هذه الفعالية نجد قيمة كل عملة من العُملات الأجنبية المعروضة في الجدول، بالشواقل. الين الياباني يختلف عن سائر العُملات، لأن سعره محدَّد بحسب 100 ين، ولكي نجد سعر الين الياباني الواحد بالشواقل، يجب أن نقسم سعر 100 ين بالشواقل على 100.

لربط هذه الفعالية بالواقع، يوصى بالتحدّث عن معنى الأعداد المسجّلة في الجدول مع التلاميذ. يمكن، مثلًا، فحص أي عُملات سعرها أكبر من سعر الشاقل الواحد، وأي العُملات سعرها أصغر من سعر الشاقل الواحد. على التلاميذ أن يفهموا أنه إذا كان سعر الدولار هو 3.476، فهذا يعني أن قيمة الدولار الواحد هي 3.476 شواقل، أي أن سعر الدولار أكبر من سعر الشاقل. بينما سعر الكرونة الدنماركية هو 0.6491، وهذا يعني أن سعر الكرونة الدنماركية أصغر من سعر الشاقل.

الصفحة 138 الفعالية 3

في هذه الفعالية نفحص عدد العُملات التي يمكن أن نحصل عليها مقابل مبلغ معطى من الشواقل.
استخدام جدول ملاءمة قد يساعد التلاميذ في تشخيص العملية الملائمة.

مثال

على كم دولار نحصل مقابل 10 شواقل؟

يمكن أن نحلّ بواسطة جدول ملاءمة هكذا:

دولارات	شواقل
1	3.476
؟	10

$1 \times 10 = ؟ \times 3.476$

$10 = ؟ \times 3.476$

لكي نعرف بكم يجب أن نضرب 3.476 للحصول على 10 نحسب: $10 : 3.476 = 2.87687$

أيّ أنّه، مقابل 10 شواقل يمكن الحصول على 2.9 دولار.

البند أ: على كم يورو يمكن أن نحصل مقابل 100 شاقل؟

الحلّ:

يورو	شواقل
1	5.1539
؟	100

$1 \times 100 = ؟ \times 5.1539$

$100 = ؟ \times 5.1539$

لكي نعرف بكم يجب أن نضرب 5.1539 للحصول على 100، نحسب:

$100 : 5.1539 = 19.402782$. $19.402782 \approx 19.402$

لذلك، مقابل 100 شاقل يمكن الحصول على حوالى 19.4 يورو.

البند ج (تحدّ): على كم ين ياباني يمكن أن نحصل مقابل 250 شاقلًا؟
الحلّ:
بما أن سعر عُملة الين معطى لكل 100 ين، يجب في البداية أن نجد كم هو سعر الين الواحد بالشواقل. لقد سبق أن حسب التلاميذ ذلك في الفعالية 1 في الصفحة السابقة وباستطاعتهم استخدام هذا المعطى.
يمكنهم أيضًا الاستعانة بالجدول لإيجاد المعطى الناقص.

ين ياباني	شواقل
100	3.1836
1	0.03186
؟	250

لكي نعرف على كم ين ياباني يمكن أن نحصل مقابل 250 شاقلًا، نحسب:
$250 : 0.03186 = 7846.8299$. $7846.8299 \approx 7846.83$
لذلك، مقابل 250 شاقلًا، يمكن أن نحصل على 7847 ين ياباني.

البند د (تحدّ): على كم كرونة دنماركيّة يمكن أن نحصل مقابل 220 فرانك سويسري؟
الحلّ:
في هذا السؤال يجب أن نجد ملاءمة بين عُملتين، الشاقل ليس واحدًا منهما. لذلك يمكن تبديل كل عملة منهما بالشواقل، ثم الاستعانة بالمعطى الناتج للمقارنة بينهما.

كرونة دنماركية	شواقل
1	0.6909

فرانك سويسري	شواقل
1	3.1808
220	؟

باستخدام العلاقة الضربية بين العمودين في جدول ملاءمة الفرانك السويسري بالشواقل، نستطيع أن نحسب: $3.1808 \times 220 = 699.776$ ، لنجد أن قيمة 220 فرانكًا سويسريًا هي 699.776 شواقل.
نستطيع الآن تعويض هذا المعطى في جدول ملاءمة الكرونات الدنماركية بالشواقل ونحسب كم كرونة دنماركية هي 699.776 شواقل التي هي، في الواقع، 220 فرانكًا سويسريًا. $699.776 : 0.6909 = 1012.846$ ،
أي أن 220 فرانكًا سويسريًا هي حوالى 1,013 كرونة دنماركية.

كرونة دنماركية	شواقل
1	0.6909
	699.776

الصفحة 139 الفعالية 4
البند ج في هذه الفعالية معَدّ للتلاميذ المتقدّمين، لأنه يتناول تبديل عُملتين أجنبيتين، ولذلك يجب تبديل العُملتين بالشواقل.
مبدئيًا، هذه الفعالية مشابهة للبند د في الفعالية 3 التي في الصفحة السابقة.
نوضّح كيف يمكن إكمال المعطيات في الجدول:
5 يورو = ____ دولارات

نحسب كم هي 5 يورو بالشواقل: $5 \times 5.1539 = 25.7695$
أي أن: 5 يورو تساوي 25.7695 شواقل.
هذا المعطى يجب تسجيله في جدول ملاءمة الدولارات بالشواقل.

يورو	شواقل
1	5.1539
5	؟

والآن نحسب كم دولارًا هي 25.7695 شواقل:
$25.7695 : 3.476 = 7.4135$
أي أن: 5 يورو تساوي 7.4135 دولارات.

دولارات	شواقل
1	3.476
5	25.7695

الصفحتان 140–141: كتابة كسر بسيط بالكتابة العشرية

في الفعاليات الموجودة في هاتين الصفحتين يتعلّم التلاميذ طريقة أخرى لكتابة كسر بسيط بالكتابة العشرية. حتى الآن قاموا بهذه العملية بواسطة توسيع الكسر إلى كسر مقامه من قوى 10. لكنهم بعد أن تعلّموا كيفية قسمة عددين عشريين عموديًا، أصبح باستطاعتهم الوصول إلى الكتابة العشرية، بعملية القسمة أيضًا.

يتعلّم التلاميذ هنا أن يربطوا بين تمثيلين للأعداد النسبية – التمثيل بكسر بسيط $\frac{a}{b}$ $(b\neq0)$، حيث a، b هما عددان طبيعيان، والتمثيل بعدد عشري.

يمكن الحصول على عدد عشري **نهائي** فقط إذا كانت العوامل الأولية للعدد b هي 2 أو 5 أو الاثنان معًا. سبب ذلك أننا لا نستطيع أن نكتب بالكتابة العشرية إلّا الكسور البسيطة التي مقاماتها يمكن توسيعها إلى 10، 100، 1000 إلخ.

بكلمات أخرى: يمكننا أن نكتب بالكتابة العشرية كسورًا مقاماتها في شكلها **المختزَل** هي أحد هذه الأعداد: 2، 4، 5، 8، 10، 20، 25، 40، 50، 100، 125، 200، 250، 500، 1000.

مثال: الكسور $\frac{1}{2}$، $\frac{9}{8}$ وَ $\frac{27}{30}$ يمكن كتابتها بالكتابة العشرية، لكن الكسر $\frac{28}{30}$ لا يمكن كتابته بالكتابة العشرية.

نفحص كل واحد من هذه الكسور:

$$\frac{1}{2} = \frac{5}{10} = 0.5$$

$$\frac{9}{8} = \frac{9 \times 125}{8 \times 125} = \frac{1125}{1000} = 1.125$$

$$\frac{27}{30} = \frac{27 : 3}{30 : 3} = \frac{9}{10} = 0.9$$

$$\frac{28}{30} = \frac{28 : 2}{30 : 2} = \frac{14}{15}$$

لا يمكننا أن نختزل أكثر، ولا يمكننا توسيع المقام إلى 10، 100 أو 1000.

يتعلّم التلاميذ طريقتين لكتابة الكسر البسيط كعدد عشري:

أ. توسيعه إلى كسر مقامه 10، 100، 1000، إلخ

ب. قسمة البسط على المقام – باستطاعتهم أن يتعلّموا هذه الطريقة فقط في المرحلة التي أصبحوا يعرفون فيها كيف يقسمون عددين عشريين، كما في المثال المعروض في بداية الوحدة.

الفعاليات في الصفحتين 140-141 تهدف إلى التمرّس في إيجاد الكتابة العشرية للكسور البسيطة (الفعالية 1) وإجراء مقارنة بين التمثيلين المختلفين للعدد – العدد بالكتابة العشرية والكسر (الفعالية 2). يوصى بالتدرّب لاحقًا أيضًا على الانتقال من عدد عشري إلى الكسر البسيط وبالعكس، خاصّة في الأعداد "الأكثر استعمالًا" في سياقات مختلفة، مثلًا: في تناول النسبة المئوية في مسألة كلامية.

مثال: سعر قميص هو 80 شاقلًا. حصلتُ على تخفيض بنسبة 25%.
ما هو سعر القميص بعد التخفيض؟

إذا كان التلاميذ يعرفون أن 25% هي 0.25 من كمية معطاة، ويعرفون أن $0.25 = \frac{1}{4}$، يصبح بمقدورهم أن يجدوا بسهولة كم هو رُبع 80 شاقلًا.

في هذه الوحدة سيتيقّن التلاميذ أنه لا يمكن توسيع كل كسر إلى كسر مقامه من قوى 10 – في الحالات التي لا يمكن فيها التوسيع على هذا النحو، فإن القسمة عموديًا فقط هي التي تمكّن من كتابة الكسر بالكتابة العشرية. عند قسمة البسط على المقام لتحويل الكسر البسيط إلى عدد عشري، نجد أن هناك حالات يعود فيها الباقي على نفسه مرّة تلو مرّة، وبالتالي تصبح عملية القسمة غير منتهية – مثل هذا الكسر يُسمّى كسرًا عشريًا دوريًا.

في هذه الوحدة نتناول الكسور العشرية التي لا يمكن كتابتها كأعداد عشرية نهائية. التلاميذ على عِلم بهذه الظاهرة منذ أن حاولوا كتابة الكسور البسيطة بالكتابة العشرية ولم ينجحوا دائمًا في ذلك، وبالذات في الحالات التي لم يتمكّنوا فيها من إيجاد مقام هو من قوى 10 (10، 100، 1000 إلخ) أو عندما حاولوا كتابة الكسر كعدد عشري بواسطة قسمة البسط على المقام ولم ينجحوا في التوصّل إلى عدد نهائي.
الكسور العشرية اللا نهائية تُقسم إلى مجموعتين:

أ. أعداد عشرية **دورية**، وهي تلك الأعداد التي من مكان معيّن تبدأ الأرقام بتكرار نفسها بترتيب ثابت.
مثلًا: .... 0.1061616161 - في هذا العدد الرقمان 1 وَ 6 يتكرّران بشكل ثابت مرّة بعد مرّة.

ب. أعداد عشرية لا نهائية **غير دورية** – لا يوجد فيها أي دورة ثابتة من الأرقام،
مثلًا: .... 0.10237419.

وكذلك العدد .... 3.14159265358979323846264338327950288419716939937510 المعروف بالعدد π (باي). هذه الأعداد غير نسبية ولا يمكن تمثيلها بكسور بسيطة.

توسيع للمعلم المعني بموضوعة الأعداد العشرية الدورية:

لمعرفة فيما إذا كان الكسر البسيط عددًا عشريًا نهائيًا أو عددًا عشريًا دوريًا، نقوم بعمليتين:
أ. نختزل الكسر حتى النهاية.
ب. نحلّل المقام، بعد الاختزال، إلى عوامله الأوّلية.
إذا ظهر في التحليل العاملان 2، 5 أو الاثنان معًا بدون وجود أي عامل أوّلي آخر – يكون هذا الكسر عددًا عشريًا نهائيًا.
إذا ظهر في التحليل أي عامل أوّلي خلاف 2 أو 5 – يكون هذا الكسر عددًا عشريًا دوريًا.
نحن لا نتناول هذا التمييز، لأنه ليس جزءًا من منهج التعليم. فهم هذه الموضوعة يتطلّب إجراء نقاشات متعمّقة على خلفية عدد وافٍ من الأمثلة العينيّة، والقيام بتعميمات وبراهين أعلى من المستوى المتوقع في هذه المرحلة من التعلّم.

ملاحظات عن فعاليات في كتاب التعليم – الوحدة هـ

في هذه الوحدة يتعرّف التلاميذ على الأعداد العشرية الدورية، وعن طريق كتابة الكسر البسيط كعدد عشري بواسطة قسمة بسطه على مقامه. سيتوصّل التلاميذ من خلال هذا التمرّس إلى مرحلة، مهما حاولوا فيها الاستمرار في القسمة، سيصلون المرّة تلو المرّة إلى نفس الباقي أثناء سير القسمة، ولذلك تبدأ دورة جديدة من نفس الأعداد في نتيجة القسمة (كما هو معروض للتلاميذ في الصفحة 142 الفعالية 1).

الصفحة 142

يتعلّم التلاميذ شكلين لكتابة الأعداد العشرية الدورية: كتابة نقاط متتالية، مثل: .... 0.333333 أو بطريقة مختصرة – تعليم نقطة فوق الرقم الذي يتكرّر (أو فوق مجموعة الأرقام التي تُكرّر نفسها). مثلًا:

$\frac{1}{11} = 0.090909 .... = 0.\dot{0}\dot{9}$ $\frac{2}{3} = 0.6666 .... = 0.\dot{6}$

الصفحة 143 الفعالية 4

يتعلّم التلاميذ المقارنة بين عدد عشري نهائي وعدد عشري دوري.

أمثلة

أ. $0.333 < 0.3$

الشرح: في العدد 0.333 يوجد بالإضافة إلى 3 أعشار،
3 أجزاء من مئة وَ 3 أجزاء من ألف.

ب. $0.33 > 0.\dot{3}$,

الشرح: $0.\dot{3}$ هو عدد دوري يكرِّر فيه الرقم 3 نفسه المرّة تلو المرّة،
ولذلك فيه أيضًا $\frac{3}{1,000}$ وكذلك $\frac{3}{10,000}$ إلخ.

الصفحة 144 الفعالية 5

هذه الفعالية تجمل الموضوعة.

يتمرّس التلاميذ هنا بالتلميحات التي توجّه إلى الفرق بين عوامل مقام العدد العشري الدوري وعوامل العدد العشري النهائي (انظروا في المقدمة لهذه الوحدة). لا نتوسّع في هذه الموضوعة بسبب قلّة الساعات المخصّصة لها في منهج التعليم. على الرغم من ذلك يمكن التوصّل مع التلاميذ المتقدّمين إلى استنتاجات من الفعالية 5.